

Aufgabenblatt 1

Abgabe: 27.10.2009

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Sei \mathcal{P} eine Familie von Halbnormen auf einem Vektorraum V . Zeigen Sie: Trennt \mathcal{P} Punkte, so ist die von \mathcal{P} auf V induzierte Topologie Hausdorffsch.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Vervollständigen Sie den Beweis von Satz 1.6 der Vorlesung, zeigen Sie also, dass die dort definierte Familie von Halbnormen $\{p_n\}_{n \geq 1}$ die selbe Topologie erzeugt wie die Metrik ρ . Hinweis: Sie können zum Beispiel zeigen, dass für eine Nullfolge $\{x_i\}_{i \geq 1}$ in V für jedes n auch $\{p_n(x_i)\}_{i \geq 1}$ Nullfolge ist und umgekehrt.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

„Dirac’sche δ -Distribution“. Zeigen Sie: Für $a \in \mathbb{R}^n$ definiert die Vorschrift

$$g \mapsto \delta_a(g) := g(a)$$

für $g \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ (Schwartzfunktion auf \mathbb{R}^n) eine temperierte Distribution.

Kleines Glossar

Familie von Halbnormen	a family of seminorms
gerichtet	directed
Punkte trennen	to separate points
Basis der Topologie	a basis of the topology
schwächere (= gröbere) Topologie	coarser topology
eine Topologie erzeugen	to induce a topology
stetig	continuous
lokal konvex	locally convex
metrisierbar	metrizable
abzählbar	countable
vollständig	complete
gleichmäßig (konvergieren)	(to converge) uniformly
schwache Topologie	weak topology
schwach-*-Topologie	weak * topology
temperiert	tempered