

Differential- und Integralrechnung III

Übungen für Woche 1

20. Oktober 2003

Die ersten beiden Aufgaben wiederholen das Integrieren vom letzten Semester, die weiteren behandeln den neuen Stoff.

Abgabe: nächsten Montag am Ende der Vorlesung bei mir.

1. Sei

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 \leq y \leq 2 - x^2\}$$

Zeichne die Menge A . Berechne das Integral

$$\int_A f$$

wo $f(x, y) = x^2y$.

2. Berechne das Volumen der Menge

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2\}$$

3. • Sei $\{\mathcal{M}_\lambda \mid \lambda \in \Lambda\}$ eine Sammlung von σ -Algebren auf einer Menge X . Ist der Durchschnitt

$$\bigcap_{\lambda \in \Lambda} \mathcal{M}_\lambda$$

immer eine σ -Algebra? Warum, oder warum nicht?

• Sei \mathcal{M}_1 und \mathcal{M}_2 zwei σ -Algebren auf einer Menge X . Ist die Vereinigung $\mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2$ immer eine σ -Algebra? Warum, oder warum nicht?

4. • Sei X eine Menge. Sei \mathcal{M} die Sammlung der Teilmengen $S \in X$, so dass S oder $X \setminus S$ endlich ist. Ist \mathcal{M} eine σ -Algebra?

• Sei X eine Menge. Sei \mathcal{M} die Sammlung der Teilmengen $S \in X$, so dass S oder $X \setminus S$ abzählbar ist. Ist \mathcal{M} eine σ -Algebra?