„Seminar Topologie: Vektorbündel und Charakteristische Klassen“

- Interessentenkreis: Studenten ab drittem Studienjahr
- Vorkenntnisse: Algebraic Topology I
- Dozent: Thomas Schick
- **Vorbesprechung**: Donnerstag, 7.2.2013, 13:15
- Ort: Sitzungssaal
- Kontakt: schick@uni-math.gwdg.de, Tel. 0551/397766.

Vektorbündel sind von großer Bedeutung in der Topologie und Geometrie, sowie der globalen Analysis. Die einfachsten Beispiele sind der Zylinder und das Möbiusband, beides Vektorbündel über S^1.

Ein wichtiges Beispiel ist das Tangentialbündel einer glatte Mannigfaltigkeit, oder das Normalenbündel einer Untermannigfaltigkeit.

Um zu messen, wie kompliziert und “verdrillt” ein Vektorbündel ist, verwendet man Methoden der algebraischen Topologie. Wenn das Tangentialbündel sehr “verdrillt” ist, kann man damit z.B. zeigen, dass Einbettungen in $\mathbb{R}^n$ für kleines n nicht existieren können.

Im Seminar lernen wir, auf funktorielle Weise Vektorraumbündeln Kohomologieklassen, die sogenannten *charakteristischen Klassen*, zuzuordnen. Behandelt werden sollen z.B.

- vor dem eigentlichen Seminar: knappe Einführung in Vektorbündel, sowie Mannigfaltigkeiten und das Tangentialbündel
- klassifizierende Räume und ihre Homologie
- Stiefel-Whitney Klassen
- Chern Klassen und Pontryagin Klassen
- Bordismustheorie
- Wichtige Anwendungen der Theorie werden der Signatursatz von Hirzebruch sein, sowie Nichteinbettbarkeitsresultate für Mannigfaltigkeiten in $\mathbb{R}^n$ mit zu kleinem n.

Literatur:

H D. Husemoller: Fibre bundles; Springer Verlag

MS J. Milnor and J. Stasheff: Characteristic classes; Princeton University Press.

S Steenrod: Theory of fibre bundles.

Zeitplan

Nr	Thema		Skills
1	Crashkurs Vektorbündel und Kohomologie	MS 1,2	Thomas Schick
2	Konstruktionen mit Vektorbündeln	MS3	Algebra und allgem. Topologie
3	Stiefel-Whitney Klassen I	MS 4	Homololgie
4	Stiefel-whitney Klassen II	MS 4	Homologie
5	Universelle Bündel und Grassmannsche Räume	MS 5	Mannigfaltigkeiten
6	Kohomologie der Grassmannschen	MS 7	Homologie/homologische Algebra
7	Konstruktion der Stiefel-Whitney Klassen	MS 8	Homologie, Algebra
8	Orientierte Bündel und Eulerklasse	MS 9	Homologie
9	Thom-Isomorphismus	MS 10	Homologie
10	Anwendungen auf Mannigfaltigkeiten I	MS 11	Mannigfaltigkeiten
11	Anwendungen auf Mannigfaltigkeiten II	MS 11	Mannigfaltigkeiten
12	Charakteristische Klassen als Hindernisse	MS 12	algebr. Topologie
13	Chern Klassen	MS 13,14	wie 2-7
14	Pontryagin Klassen und Zahlen	MS 15,16	Mannigfaltigkeiten
15	Bordismusringe	MS 17	Mannigfaltigkeiten