Seminar Topologie: Knoten und Flächen

- Dozent: Thomas Schick
- Vorkenntnisse: Diff 1+2, Agla 1+2
- Interessenten: geometrisch interessierte Studis nach 2. Studienjahr
- Termin: voraussichtlich Di, 16:15-17:55; (siehe stud.ip-Abstimmung!)
- Kontakt/Fragen: schick@math.uni-goettingen.de, Tel. 0551 397766

Einen Knoten, wie wir ihn in diesem Seminar betrachten wollen, erhält man, indem man ein Stück Schnur (mehr, oder weniger, oder gar nicht) verknotet, und dann die beiden Enden miteinander veschweißt. Dieses Verschweißen macht es oft unmöglich, den ursprünglichen Verknotungsprozess rückgängig zu machen —aber nicht immer. Ziel der Knotentheorie ist es, mathematisch zu entscheiden, ob zwei solche (verschweißte) Knoten ineinander deformiert werden können, oder (wichtiger und schwierige) zu beweisen, zu beweisen, dass dies nicht geht.

Wir werden eine mathematische exakte Modellierung dieses Knotenproblems geben, und dann sogenannte Invarianten entwickeln, die es uns erlauben, Knoten voneinander zu unterscheiden. Dabei denken wir insbesondere an die "Knotengruppe" und an Knotenpolynome.

Außerdem ist unser Ziel, die Topologie von 2-dimensionalen Flächen zu verstehen, also von Gebilden wie der (Oberfläche der) Sphäre, des Torus, eines Torus mit 2 oder mehr Löchern,... Das entscheidende, klassische, Ergebnis ist dass, bis auf (topologische) Äquivalenz damit im wesentlichen die Liste aller möglichen Flächen vollständig abgehandelt ist.

Knotentheorie ist ein wichtiger Zweig aktueller Forschung der Topologie. Das Seminar ist allerdings für Interessenten ohne solche Vorkenntnisse gedacht, es wird nicht mehr als der Stoff des Grundstudiums vorausgesetzt. Das Seminar bietet einen guten Einstieg in das Arbeitsgebiet der algebraischen Topologie.

Das Seminar wird zunächst sorgfältig mathematisch sinnvolle Modelle/Begriffe für Knoten und Flächen einführen. Dann werden wir uns als „Aufwärmübung" der Klassifikation der 1-dimensionalen Mannigfaltigkeiten zuwenden: hier gibt es nur den Kreis und die Gerade.

Als wichtiges topologisches Unterscheidungsmittel werden wir dann die Fundamentalgruppe einführen. Diese mißt, auf wie viele wesentlich verschiedene Weisen man einen Kreis in einen vorgegebenen topologischen Raum abbilden kann. Neben topologisch dominierten Fragestellungen werden uns hier auch einige rein algebraisch/kombinatorische Themen beschäftigen.

Wir werden kennenlernen, wie man die Fundamentalgruppen der Flächen berechnet und so die verschiedenen Flächen unterscheiden kann. Dasselbe werden wir mit Knoten(komplementen) durchexerzieren. Hierbei gehen auch stark Methoden aus der Algebra und etwas der Kombinatorik ein, die wir hier ebenfalls entwickeln werden.

Programm

Das Programm wird eine Auswahl aus den folgenden Themen sein.

Nr	Thema	Quelle	Name	Termin
1	Grundlegende Begriffe zu topologischen Mannigfaltigkeiten, Klassifikation der 1-dimensionalen Mannigfaltigkeiten (Topologie)	HH 1.1–1.3		
2	Standardmodelle von Flächen: zusammehängende Summe (topologisch, etwas Kombinatorik)	HH 2.1		
3	Reduktion kompakter Flächen auf die Standardformen (Topologie und Kombinatorik)	HH 2.2, 2.3		
4	Euler-Charakteristik von Flächen (Kombinatorik)	HH 2.5		
5	Grundlegende Begriffe der Knotentheorie (Topologie)	CF I oder BZ 1,A,B		
6	Fundamentalgruppe I (Topologie, etwas Algebra)	CF II, HH 3.1, 3.2		
7	Fundamentalgruppe II, $\pi_1(S^1)$, Abbildungsgrad, Anwendungen (Topologie, diverse Gebiete)	CF II, HH 3.1,3.2, O 1.5, H 3.2		
8	Satz von van Kampen (Topologie, Algebra)	CF AIII, O 3.8, HH 3.4		
9	Freie Gruppen (Algebra, Kombinatorik)	CF III, HH 3.3		
10	Präsentationen von Gruppen (Algebra, Kombinatorik)	CF IV		
11	Berechnungen von Fundamentalgruppen (Algebra, etwas Topologie)	CF V		
12	Wirtinger Präsentationen (Topologie, Kombinatorik)	CF VI		
13	Konkrete Berechnungen von Knotengruppen (etwas Topologie, Kombinatorik, Algebra)	CF VI		
14	Alexander Polynom via Seifert-Flächen (Topologie, Algebra)	BZ 8, A und D		

Literatur

(A) Adams: Das Knotenbuch (Spektrum)
(BZ) Burde and Zieschang: Knots
(CF) Crowell and Fox: Introduction to knot theory (Ginn and Company)
(HH) Lutz und Katharina Habermann: Seminar zur Topologie von Flächen (elektronisch)
(Hi) Hirsch: Differential topology (Springern)

(L) Lickorish: An introduction to knot theory (Springer)
(Lu) Lück: Algebraische Topologie (Vieweg)
(Lv) Livingston: Knotentheorie für Einsteiger (vieweg)
(Mu) Murasugi: Knot theory and its applications (Birkhäuser)
(O) Ossa: Topologie (Vieweg)
(R) Reidemeister: Knotentheorie (Chelsea)
(Ro) Rolfsen: Knots and links