Diskrete Mathematik für Informatiker　　　　Patterson/Spitzweck
WS 03/04

Übungsblatt 1

Aufgabe 1: Zeigen Sie ausführlich, daß die in der Vorlesung definierte Relation $<$ auf der Menge der natürlichen Zahlen eine totale Ordnung definiert. Tip: Beweisen sie zunächst die Zwischenaussage, daß für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\{k \in \mathbb{N} \mid k \geq n\} = \{n\} \cup \{k \in \mathbb{N} \mid k \geq n'\}$. (4 Punkte)

Aufgabe 2: Beweisen sie durch vollständige Induktion die Aussagen

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \; .$$

(4 Punkte)

Aufgabe 3: Finden Sie eine total geordnete Menge, die als geordnete Untermenge eine Kopie der natürlichen Zahlen enthält und ein größtes Element besitzt. (2 Punkt)

Aufgabe 4: Wir definieren eine Relation $|$ auf $\mathbb{N}$ wie folgt: Für $n, m \in \mathbb{N}$ gelte $n|m$ genau dann, wenn es ein $c \in \mathbb{N}$ gibt mit $m = cn$ (die Teilbarkeitsrelation). Zeigen Sie, daß $|$ ene partielle, aber keine totale Ordnung auf $\mathbb{N}$ definiert. (2 Punkte)

Aufgabe 5: Stellen Sie folgende Dezimalzahlen 3- und 7-adisch dar: 537, 1096, 23005. (3 Punkte)