Diskrete Mathematik für Informatiker Patterson/Spitzweck
WS 03/04

Übungsblatt 11

Aufgabe 1: Sei f_n eine Folge, so daß für $n \geq 2$ gilt

$$f_n = f_{n-1} + 2f_{n-2}.$$

Finde eine explizite Lösungsformel für f_n, wenn $f_0 = 1$, $f_1 = 2$ ist und eine, wenn $f_0 = 1$, $f_1 = -1$ ist. (4 Punkte)

Aufgabe 2: Sei f_n eine Folge, so daß für $n \geq 3$ gilt

$$f_n = -f_{n-1} + f_{n-2} + f_{n-3}.$$

Finde eine explizite Lösungsformel für f_n, wenn $f_0 = 0$, $f_1 = 1$, $f_2 = -2$ ist. (4 Punkt)

Aufgabe 3: Sei f_n eine Folge, so daß für $n \geq 3$ gilt

$$f_n = -f_{n-1} + f_{n-2} + f_{n-3}.$$

Zeige, daß die Folge genau dann beschränkt ist, wenn $f_0 = f_2$. (4 Punkt)

Aufgabe 4: Sei f_n eine Folge, so daß für $n \geq 2$ gilt

$$f_n = 2f_{n-1} - f_{n-2} + 1.$$

Finde jeweils eine explizite Lösungsformel für f_n, wenn $f_0 = 0$, $f_1 = 0$ ist, wenn $f_0 = 0$, $f_1 = 1$ ist und wenn $f_0 = 1$, $f_1 = 0$ ist. (4 Punkte)

Aufgabe 5: Finde die erzeugende Funktion f für die Anzahl $r(n)$ von Lösungen der Gleichung

$$3x + 4y + 6z = n$$

mit $x, y, z \in \mathbb{Z}$, $x, y, z \geq 0$. Bestimme die Zerlegung des Nenners von f in Linearfaktoren. (4 Punkt)

Aufgabe 6: Seien $c_1, c_2, \ldots, c_n$ paarweise verschiedene komplexe Zahlen. Zeige, daß

$$\frac{1}{(x-c_1)(x-c_2)\cdots(x-c_n)} = \sum_{i \leq n} \frac{1}{(x-c_i)} \cdot \frac{1}{\prod_{j \neq i}(c_i - c_j)}.$$

Hinweis: Zeige, daß das Polynom

$$1 - (x-c_1)(x-c_2)\cdots(x-c_n) \cdot \sum_{i \leq n} \frac{1}{(x-c_i)} \cdot \frac{1}{\prod_{j \neq i}(c_i - c_j)}$$

vom Grad $n-1$ wenigstens n Nullstellen hat. (5 Punkte)