

## Übungsblatt 9

**Aufgabe 1:** In einem Kartenspiel werden 20 Karten an 4 Spieler verteilt (d.h. jeweils 5 Karten). Wie viele Spiele gibt es? (Gib die Primzahlzerlegung dieser Zahl an.) (4 Punkte)

**Aufgabe 2:** In einem Fußballturnier werden  $2^k \cdot m$  Mannschaften in  $2^k$  Gruppen zu je  $m$  Mannschaften eingeteilt. Innerhalb jeder Gruppe spielt jede Mannschaft gegen jede andere einmal. Die Gewinner jeder Gruppe spielen dann in  $k$  Knock-out Runden. Wie viele Spiele gibt es insgesamt? (3 Punkt)

**Aufgabe 3:** Zeige

$$\sum_{r=0}^n r \binom{n}{r} = n2^{n-1}.$$

(3 Punkt)

**Aufgabe 4:** Zeige ebenfalls

$$\cos^n \theta = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{k} \cos(n - 2k).$$

(3 Punkte)

**Aufgabe 5:** In der Situation von Aufgabe 2 zeige, daß es  $\frac{(2^k m)!}{(m!)^{2^k} \cdot 2^{2^k - 1}}$  im Wesentlichen verschiedene Einteilungen gibt. (Hierbei heißen zwei Einteilungen im Wesentlichen verschieden, wenn in den zugehörigen Turnieren die gleichen Gruppenspiele stattfinden und sich in

allen Knock-out Runden die gleichen möglichen Paarungen ergeben können.)  
(5 Punkt)

**Aufgabe 6:** Zeigen Sie, daß für gegebenes  $N$  die Anzahl von Lösungen von  $2m + 3n = N$  der Koeffizient von  $x^N$  in  $(1 - x^2)^{-1}(1 - x^3)^{-1}$  ist. (4 Punkte)