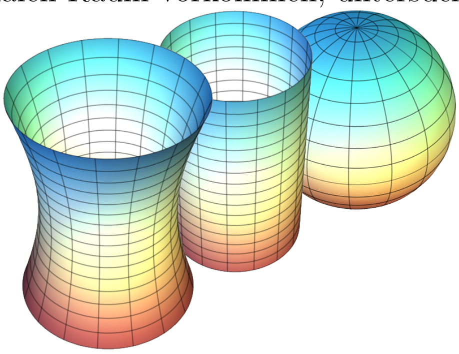
Proseminar Differentialgeometrie von Flächen

- Interessentenkreis: Studierende nach dem 2. Semester
- Dozent: Thomas Schick
- Unterlagen: das Buch “Curves and Surfaces” von M. Abate, F. Tovena; Springer (2012) sollte via Rechner unserer Uni elektronisch zur Verfügung stehen.
- Thema: **Differentialgeometrie von Flächen**
- Termin: n.V. Momentan vorgesehen: Dienstag, 16:15–17:55
- Ort: Sitzungssaal (?)
- Kontakt: thomas.schick@math.uni-goettingen.de, Tel. 3927766, Raum 201

Kurven und Flächen tauchen an vielen Stellen im Alltag auf, vom der Schnur eines Telefonhörers bis zu Seifenblasen und der Haut eines Rettungsringes.

Im Seminar werden wir die geometrischen Eigenschaften von Flächen, wie sie im drei-dimensionalen Raum vorkommen, untersuchen.



Wir starten mit einer kurzen Einführung in die grundlegenden Definitionen (im wesentlichen bezieht sich das die Theorie der Untermannigfaltigkeiten), mit Fokus auf die Präsentation von einigen Beispielen.

Wichtig ist dann die Definition der Terme, welche die Geometrie und die Krümmung charakterisierenden. Hier gibt es intrinsische (nur von der Geometrie der Fläche abhängende) und extrinsische (von der Einbettung in den Raum abhängende) Größen.

Ziel des Seminars sind zwei von Gauss bewiesene Sätze. Der erste, von Gauss "Theorema egregium" (also „herausragendes Theorem") genannt, sagt dass die sogenannte Gausskrümmung, obwohl mit Hilfe des umgebenden Raums definiert, nur durch die inneren metrischen Eigenschaften der Fläche gegeben ist, und daher im Prinzip von einem 2-dimensionalen Bewohner der Fläche bestimmt werden könnte.

Der zweite, der Satz von Gauss-Bonnet, zeigt, wie man mit Hilfe der Krümmung die Anzahl der Löcher in einer Fläche zählen kann: handelt es sich um eine Sphäre ohne Loch, einen Torus, oder einen Rettungsring mit mehreren Löchern.

Ablauf des Seminars

	Thema	Quelle	Bemerkung	Name
	Party (zum Kennenlernen)		Kneipe Innenstadt oder Gartetalbahnhof 34	alle
1	Recap: Definition von Flächen und Tangentialraum	B 3.1,3.2 oder AT 3.1, 3.3	knappe Erinnerung an die Definitionen von Diff 2, Fokus auf Beispiele	Schick
2	Krümmung (und Torsion) von Kurven	AT 1.3, B 2.3 Anfang		Sandrock
3	1. Fundamentalform von Flächen	AT 4.1, B 3.3	Genügend viele Beispiele berechnen!	Snell
4	Isometrien und konforme Abbildungen	AT 4.1, auch B 4.1	Genügend viele Beispiele berechnen!	Lennartz
5	Normalenfelder und Orientierung	AT 4.3, B 3.4	bei genügend Zeit auch die Umkehrung von AT 4.3.12 diskutieren	??

6	2. Fundamentalform von Flächen	B 3.6, AT4.4	eher Bär folgen, diskutiere auch die Gauss-Abbildung genügend ausführlich	Sarstedt (?)
7	Krümmung	B 3.6, AT 4.4,4.5	Begriffe von Normalkrümmung bis Gauss- und mittlere Krümmung, Enden bei den Definitionen letzterer	Schmieg
8	geometrische Bedeutung von Krümmung	B 3.6 ab S. 128, auch AT 4.5	Fokus auf B	Dohrn
9	Vektorfelder und kovariante Ableitung	B 4.2	Thema eher abstrakt und theoretisch	Eimermacher
10	Krümmungstensor und Theorema egregium	B 4.3, AT 4.6	AT sind hier elementarer, wir wollen den modernen Standpunkt des Krümmungstensors nutzen	Wolting
11	das lokale Gauss-Bonnet Theorem	AT 6.1		Wiskandt
12	Triangulierungen und Eulercharakteristik	AT 6.2, B5.2	schwere Existenzbeweise weglassen	Schick (?)
13	Das Gauss-Bonnet Theorem	AT 6.3 , B 5.3		Vulpius

Literatur

AT M. Abate, F. Tovena: Curves and Surfaves; Springer Verlag (2012)

B C. Bär: Elementare Differentialgeometrie; de Gruyter Lehrbuch; es gibt auch eine englische Ausgabe

[DC] M. P. do Carmo: Differential geometrye of curves and surfaces; Verlag Prentice-Hall (gibt es auch auf Deutsch)