Übungen zur Topologie 1
Wintersemester 00/01

Abgabe: 13. November, 12:00 Uhr, Kasten 37
Übung mittwochs, 11:15 im SR 5

Aufgabe 15: Zeige, dass es einen Diffeomorphismus $\Phi\colon S^1 \times \mathbb{R} \to TS^1$ gibt, so dass $\Phi(x \times \mathbb{R}) = T_x S^1$ für jedes $x \in S^1$, und so dass die Einschränkung von Φ auf $x \times \mathbb{R}$ für jedes x linear ist.

Freiwillige Zusatzaufgabe: beweise die entsprechende Aussage für den n-Torus $(S^1)^n$.

Aufgabe 16: Sei $f\colon M \to N$ eine Submersion zwischen zwei n-dimensionalen glatten Mannigfaltigkeiten. Sei M kompakt und N zusammenhängend. Zeige, dass f surjektiv ist.

Ist f auch notwendigerweise injektiv?
(Tipp: Verwende den Satz von der inversen Abbildung.)

Aufgabe 17: Seien M und N glatte Mannigfaltigkeiten der Dimension n, M kompakt. Sei $f\colon M \to N$ eine glatte Abbildung, und $U \subset N$ die Menge der regulären Werte von f. Zeige: die Abbildung

$$\phi\colon U \to \mathbb{N} \cup \{0\}\colon x \mapsto \left|f^{-1}(x)\right|$$

ist definiert und stetig (also lokal konstant).

Aufgabe 18: Sei $P \in \mathbb{C}[x]$ ein nicht-konstantes Polynom über den komplexen Zahlen. Zeige mit Hilfe von Aufgabe 14 und Aufgabe 17, dass P eine komplexe Nullstelle hat.