Übungen zur Topologie 1 — Wintersemester 00/01

Abgabe: 5. Februar, 13:30 Uhr, Kasten 37
Übung mittwochs, 11:15 im SR 5

Aufgabe 56: Sei X ein kompakter CW-Komplex mit der Eigenschaft, dass für jede stetige Abbildung $f\colon X \to X$ gilt $L(f) \neq 0$. Falls Y ein kompakter CW-Komplex homotopieäquivalent zu X, zeige dass jede Selbstabbildung von Y einen Fixpunkt hat.

Aufgabe 57: Sei X ein beliebiger topologischer Raum. Zeige, dass es zu jeder stetigen Abbildung $f\colon X \times \mathbb{R} \to X \times \mathbb{R}$ eine homotope Abbildung g gibt, welche keinen Fixpunkt hat.

Aufgabe 58: Sie G eine endliche Gruppe, die frei auf S^{2n} operiert, d.h. es gibt einen Homomorphismus ϕ von G in die Gruppe der Homöomorphismen von S^{2n}, und falls $\phi(g)(x) = x$ für ein $g \in G$ und ein $x \in S^{2n}$ folgt bereits $g = 1$.

Zeige, dass entweder $G = \{1\}$ oder $G = \mathbb{Z}/2$.

Aufgabe 59: Sei $f\colon \mathbb{R}/\mathbb{Z} \times \mathbb{R}/\mathbb{Z} \to \mathbb{R}/\mathbb{Z} \times \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ gegeben durch $f(x,y) = (-y,x)$.

Beachte: $\mathbb{R}/\mathbb{Z} \times \mathbb{R}/\mathbb{Z} = S^1 \times S^1$ ist der 2-Torus. Bestimme die von f auf der Homologie induzierte Abbildung (Tipp: verwende zelluläre Homologie). Zeige, dass f nicht homotop ist zu einer Abbildung der Gestalt $f_1 \times f_2$ (wobei die gegebene Produktzerlegung zugrunde liegen soll).

Bestimme alle Fixpunkte von f. Hat jede zu f homotope Abbildung Fixpunkte?

Wer noch mehr knobeln will, kann dieselbe Aufgabe für $g(x,y) = (x-y,x)$ lösen.