Übungen zur Topologie 1 — Wintersemester 00/01

Abgabe: 12. Februar, 13:30 Uhr, Kasten 37
Letztes Aufgabenblatt für dieses Semester
Übung mittwochs, 11:15 im SR 5

Aufgabe 60: Sei $f\colon S^4 \to \mathbb{C}P^2$ eine stetige Abbildung. Zeige, dass die induzierte Abbildung $H^4(f)$ die Nullabbildung ist.

Welche induzierten Abbildungen $H^4(f)$ sind (theoretisch) möglich für $f\colon S^2 \times S^2 \to \mathbb{C}P^2$ und $f\colon \mathbb{C}P^2 \to S^2 \times S^2$?

Aufgabe 61: Sei $X = X_1 \cup X_2$ eine Vereinigung von zwei offenen Teilräumen X_1, X_2. Es gelte $H_*(X_1) = H_*(*) = H_*(X_2)$ (z.B. könnten beide Teilräume zusammenziehbar sein). Seien $\alpha \in H^k(X)$, $\beta \in H^l(X)$ mit $k.k \geq 1$. Zeige, dass $\alpha \cup \beta = 0$.

Aufgabe 62: Sei $X = \Sigma Y$ die Suspension eines Raums Y. Berechne die $\cup$-Produktstruktur von X (Tipp: verwende Aufgabe 61). Folgere, dass $\mathbb{C}P^2$ und $S^2 \times S^2$ nicht Suspension eines Raums Y sein können.

Aufgabe 63: Sei R ein Ring mit 1. Beweise, dass folgende Aussagen äquivalent sind (alle Moduln sind Links-Moduln):

(1) P ist ein projektiver R-Modul.

(2) Es gibt einen R-Modul Q, so dass $P \oplus Q \cong \oplus_{i \in I} R$, d.h. P ist direkter Summand in einem freien R-Modul.