Vorlesungskommentar

Mathematisches Institut der Georg-August-Universität Göttingen

20. April 2021

Einleitung

Im letzten Jahrhundert gab es hier an unserem Institut jedes Semester eine gedruckte Version eines Vorlesungskommentars der Veranstaltungen des Mathematischen Instiuts, die wir zu günstigem Preis in der Bib. erwerben konnten (ca. 50 Pfennige). Damit habe jedenfalls ich viele meiner Semester geplant. Leider ist diese nützliche Informationsquelle im Laufe der Elektronisierung verloren gegangen. Jedenfalls haben wir beschlossen einen neuen Versuch zu starten und legen diesen Kommentar (online) wieder auf.
Aufgrund der Pandemie ist die Planung allerdings sehr erschwert und viele der Termine stehen noch nicht genau fest. Bitte im Zweifelsfall also die Daten aus **Stud.IP**, **UniVZ** und den ganzen Ordnungen (`https://www.math.uni-goettingen.de/service/ordnungen.html`) beachten oder auch einfach beim entsprechenden Lehrpersonal nachfragen. Bitte auch auf Updates dieses Kommentars achten.

Inhaltsverzeichnis

1 Vorlesung Diff II

Dozent/Art/Credits: Schick – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Vorlesung Mo 10 - 12 und Do 10 - 12

Zusätzlich: Saalübung und Tutorium.

Zielgruppe/Sprache: Zweites Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Diff I.

Beschreibung

Die Vorlesung setzt die Vorlesung Diff I fort. Wir behandeln die Differential- und Integralrechnung im $\mathbb{R}^n$, Grundbegriffe der Topologie, gewöhnliche Differentialgleichungen. Thema sind weiter eine Einführung in Maßtheorie sowie Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^n$ und die klassischen Integralsätze.

Literatur

- **K. Königsberger, Analysis 2**
- H. Heuser, Analysis 2
- W. Walter, Analysis 2
- O. Forster, Analysis 2
- T. Bröcker, Analysis 2

2 Vorlesung Methoden der Analysis (Diff II für Lehramt)

Dozent/Art/Credits: Bauer – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Vorlesung Mo 10 - 12 und Do 10 - 12

Zusätzlich: Saalübung und Tutorium.

Zielgruppe/Sprache: Lehramt ab zweites Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Diff I.

Beschreibung

Die Vorlesung setzt die Vorlesung Diff I fort. Wir behandeln die Differential- und Integralrechnung im $\mathbb{R}^n$, Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^n$, die klassischen Integralsätze und streifen gewöhnliche Differentialgleichungen.

Literatur

- K. Königsberger, Analysis 2
- H. Heuser, Analysis 2
- W. Walter, Analysis 2
- O. Forster, Analysis 2
- T. Bröcker, Analysis 2

3 Vorlesung Analytische Geometrie und Lineare Algebra II

Dozent/Art/Credits: Jotz Lean – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Wöchentlich Di. Do. 10 - 12.

Zusätzlich: Saalübung und Tutorium.

Zielgruppe/Sprache: Zweites Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: AGLA I.

Beschreibung

Die Vorlesung setzt die Vorlesung AGLA I fort. Wir behandeln Skalarprodukträume und beweisen den Spektralsatz für normale bzw. selbst-adjungierte Operatoren. Dann folgen Bilinearformen, quadratische Formen und die Hauptachsentransformation.
Im zweiten Teil des Semesters besprechen wir affine Geometrie, projektive Geometrie und multilineare Algebra. Im letzten Teil der Vorlesung betrachten wir Grundbegriffe der Algebra und eventuell der Kategorientheorie.

Literatur

- Ina Kersten, *Skripte aus Vorlesungen AGLA I und II* 2005/06
- Sheldon Axler, *Linear Algebra Done Right* 2015

4 Vorlesung Geometrie (für Lehramt)

Dozent/Art/Credits: Wiedmann – Vorlesung mit Übung – 6 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Wöchentlich Mo. 12 - 14.

Zusätzlich: Saalübung Do. 8-10 und Tutorium Fr. 10-12.

Übungen: Do. 12-14, 14-16. Fr. 8-10.

Zielgruppe/Sprache: Lehramt ab zweites Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: AGLA I.

Beschreibung

Die Vorlesung setzt die Vorlesung AGLA I fort. Wir behandeln affine Geometrie in Ebene und Raum, Kegelschnitte, quadratische Formen und Bilinearformen. Ebenfalls untersuchen wir Untergruppen der Matrixgruppe $\mathrm{GL}(n)$, insbesondere orthogonale und unitäre Gruppe. Im letzten Teil der Vorlesung betrachten wir die Geometrie des projektiven Raumes. Hergestellt wird jeweils der Bezug zur *Schulmathematik* durch Aufgaben aus Schulbüchern. Außerdem visualisieren wir Sachverhalte durch den Einsatz des Programms *Geogebra*.

Literatur

Skript Prof. Stuhler aus Vorlesung 2019

5 Vorlesung Mathematik für Studierende der Physik II

Dozent/Art/Credits: Meyer – Vorlesung mit Übung – 12 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen — Klausur

Termin: Vorlesung wöchentlich Mo Mi Fr 10–12, Übungen Fr 12–18.

Zusätzlich: Saalübung und Übungen.

Zielgruppe/Sprache: Physikstudierende ab zweites Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Mathematik für Studierende der Physik I oder Diff I und AGLA I.

Beschreibung

Die Vorlesung setzt die Vorlesung Mathematik für Studierende der Physik I fort. Wir behandeln zunächst Lineare Algebra, hier vor allem Gruppen und Symmetrien, Eigenwerte und Diagonalisierung. Dann betreiben wir Analysis im $\mathbb{R}^n$ und vertiefen dabei die topologischen Grundbegriffe in metrischen Räumen und die Theorie gewöhnlicher Differenzialgleichungen. Zur Analysis im $\mathbb{R}^n$ gehören auch Extremwerte unter Nebenbedingungenen, Integralrechnung und Integralsätze.

6 Vorlesung Funktionentheorie

Dozent/Art/Credits: Dorothea Bahns – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und zweimaliges Vorrechnen – Klausur

Termin: Vorlesung Di / Fr 14-16

Übungen: Di 10-12, Mi 8-10, Mi 10-12, Mi 12-14

Zielgruppe/Sprache: Viertes Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Empfohlen: Diff I/II und AGLA I/II.

Beschreibung

Die Vorlesung führt in die komplexe Analysis in einer Variablen ein. Diese unterscheidet sich in einigen Punkten wesentlich von reeller Analysis (auch zweidimensionaler reeller Analysis) – etwa lassen sich holomorphe (komplex differenzierbare) Funktionen stets lokal als Potenzreihen beschreiben. Wir werden uns daher zunächst mit holomorphen Funktionen befassen. Sodann beweisen wir den sogenannten Cauchyschen Integralsatz, der eine wichtige und sehr nützliche Aussage über Kurvenintegrale holomorpher Funktionen macht. Später in der Vorlesung wenden wir uns einer Verallgemeinerung zu, dem sogenannten Residuensatz. Ist am Ende der Vorlesung noch genug Zeit, möchte ich auch den sogenannten Riemannschen Abbildungssatz behandeln, der besagt, dass jedes von ganz $\mathbb{C}$ verschiedene, einfach zusammenhängende Gebiet bijektiv mit einer holomorphen Funktion mit holomorpher Umkehrabbildung auf die offene Kreisscheibe abgebildet werden kann.

Modulbeschreibung: Modul B.Mat.2120: Funktionentheorie (Complex Analysis)

Literatur

- Jänich, Funktionentheorie – Eine Einführung, Springer 2011
- Freitag und Busam, Funktionentheorie 1, Springer, 2000

7 Vorlesung Zahlentheorie

Dozent/Art/Credits: Damaris Schindler – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und zweimaliges Vorrechnen – Klausur

Termin: Vorlesung Di / Fr 12-14

Übungen: Do 8-10, 12-14, 14-16, 16-18

Zielgruppe/Sprache: 4.-6. Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: AGLA I, Diff I, empfohlen: AGLA II, Diff II.

Beschreibung

Wir werden unter anderem die folgenden Themen behandeln:

- Primfaktorzerlegung
- Euklidischer Algorithmus
- Kongruenzen, chinesischer Restsatz
- Restklassenringe, Primitivwurzeln
- Quadratreste und quadratische Reziprozitaet
- Summen von Quadraten
- Kettenbrueche
- Pell'sche Gleichung
- binäre quadratische Formen

Modulbeschreibung: Modul B.Mat.2210: Zahlen und Zahlentheorie

Literatur

- Burton, *Elementary number theory*, McGraw-Hill Education; 7th edition (2010)
- Hardy and Wrigth, *An introduction to the theory of numbers*, Oxford University Press, U.S.A.; 6th edition (2009)
- Rose, *A course in number theory*, Oxford University Press; 2nd edition (1998)

8 Vorlesung Moderne Geometrie

Dozent/Art/Credits: Gounelas – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Zweimal Wöchentlich, auf BBB, Di / Fr 10-12

Übungen: BBB (Miquel Cueca Ten), Do 16-18

Zielgruppe/Sprache: Mathematik viertes Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Algebra Vorlesung (WiSe 20/21).

Beschreibung

Diese Vorlesung wird eine Einführung in die kommutative Algebra sein, die die geometrischen Aspekte der Theorie betont. Insbesondere werden wir das Spektrum eines Rings und die Zariski-Topologie auf ihm einführen und die wichtigsten Sätze der kommutativen Algebra entwickeln, indem wir sie geometrisch interpretieren. Die Themen, die wir behandeln werden, sind: der Nullstellensatz, Noethersche und Artinsche Ringe, die Zariski-Topologie, Moduln, exakte Sequenzen und Tensorprodukte, Dimensionstheorie, Lokalisierung, der Hauptidealsatz, integrale Erweiterungen, lokale Ringe.

Literatur

Teil 1,2,4 vom Buch von Gregor Kemper *A course in commutative Algebra*, Springer GTM 256, 2011.

9 Vorlesung Diskrete Mathematik (Mathematical Data Science)

Dozent/Art/Credits: Bartholdi – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: Klausur

Termin: Wöchentlich Mo. Do. 16-18.

Zusätzlich: Saalübung.

Zielgruppe/Sprache: Ab 4. Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: ???

Beschreibung

Die Vorlesung ist Teil des Bachelor-Programms „Mathematical Data Science“. Es ist eine Gelegenheit Kombinatorik, Zahlentheorie, Graphentheorie usw. einzuführen; aber mehr als der Inhalt ist die Methode in dieser Vorlesung wichtig: man seht fast keine Sätze, aber viele Beispiele und konkrete Probleme, mit allgemeinen Methoden um sie zu lösen.

Literatur

- Concrete Mathematics (Graham, Knuth, Patashnik)
- Discrete Mathematics (Rosen)

10 Vorlesung Einführung in die Mathematikdidaktik

Dozent/Art/Credits: Stefan Halverscheid – Vorlesung mit Übung – 6 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und zweimaliges Vorrechnen / Klausur

Termin: ILIAS-Modul, donnerstags 8.30 bis 10.00 Uhr

Zusätzlich: Übungen (siehe unten)

- Montag 14:15 - 15:45
- Montag 16:15 - 17:45
- Dienstag 10:15 - 11:45
- Dienstag 14:15 - 15:45

Zielgruppe/Sprache: 4.-6. Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Empfohlen AGLA I, Diff I, Geometrie, Diff II, Stochastik, Pädagogische Psychologie

Beschreibung

Ausgehend von einem historischen Blick auf Konzepte über das Lehren und Lernen von Mathematik betrachten wir die konstruktivistische bzw. sozialkonstruktivistische Perspektive dahingehend, wie sie die Konstruktion mathematischen Wissens beschreibt.

Einen systematischen Wissensaufbau erarbeiten wir zur elementaren Geometrie in der Ebene. Dafür werden wir eine axiomatische Charakterisierung der euklidischen Geometrie vornehmen, an deren Ende die Koordinatisierung durch den $\mathbb{R}^2$ steht.
Bezogen auf diese Inhalte betrachten wir dazu Prozesse des Übens, des Problemlösens, des mathematischen Modellierens und der Begriffsentwicklung. Den Aufbau geeigneter Vorstellungen thematisieren wir bzgl. des Zahlaufbaus und der Algebra.

Dabei werden immer wieder Aufgaben in den Mittelpunkt gerückt: Wir werden an Beispielen untersuchen, wie Aufgaben konzipiert werden, für heterogene Lernsituationen geöffnet werden und den Unterricht strukturieren können. Ebenso werden wir Aufgaben zu diesen Zwecken sowie den obigen Inhalten selbst formulieren. Wir problematisieren auch, wie die Präsenz dynamischer Geometriesoftware oder des Taschenrechners mit und ohne Computer-Algebra-Systeme Aufgaben verändert.

Schließlich werden wir kleine Einblicke in forschungsbezogene Herangehensweisen bekommen, etwa um Bearbeitungen von Lernenden zu interpretieren, unterschiedliche Forschungsdesigns zu vergleichen oder Schulvergleichsstudien mit Aussagen zum Fach Mathematik kritisch zu lesen.

Unsere Veranstaltung knüpft an ausgewählte Inhalte der Vorlesung des Moduls B.BW.010

„Einführung in die Pädagogische Psychologie: Lehren und Lernen“ (aus den Wintersemestern 2019/2020 bzw. 2020/2021) ebenso an wie an Inhalte für statistische Methoden der Vorlesung „Schulbezogene Grundlagen der Stochastik“ (aus den Wintersemestern 2019/2020 bzw. 2020/2021), wie sie im Musterstudienplan vorgesehen sind. Wir werden jeweils auf die Stellen in diesen Veranstaltungen verweisen, sodass diese gut vorzubereiten sind, sollten die Module noch nicht absolviert worden sein.

Ablauf:
Es wird keine typische Vorlesung geben. An ihre Stelle tritt ein Lernmodul, welches verschiedene Lernaktivitäten besitzt. Hierzu zählen neben klassischen Vorlesungsabschnitten zum Beispiel auch eigenständige Aufgabenbearbeitungen, das Lesen von weiterführenden Texten und wissenschaftlichen Veröffentlichungen oder das Schauen anderer Lehrmaterialien. Für den elementargeometrischen Teil gibt es ein Skript zur Selbstbearbeitung. Die Beschäftigung mit dem Lernmodul beinhaltet also neben der Vorlesung auch die Vor- und Nachbereitung. Am Termin der Vorlesung am Donnerstag 8:30 - 10:00 wird es die Möglichkeit geben, Fragen zum Lernmodul zu stellen.

Für die Übungen sind die folgenden Zeiten geplant:

- Montag 14:15 - 15:45
- Montag 16:15 - 17:45
- Dienstag 10:15 - 11:45
- Dienstag 14:15 - 15:45

Sollten Sie an keinem der obigen vier Termine an einer Übung teilnehmen können, melden Sie sich bitte frühzeitig.

geplante Klausurtermine:

- 22. Juli 2012: 8:30 - 10:00
- 01. Oktober 2021: 8:30 - 10:00

Literatur

In der Stud.IP-Veranstaltung wird Literatur zu den jeweiligen Themen zur Verfügung gestellt.

11 Lecture Elliptic Curves

Dozent/Art/Credits: Viada – Lecture

Vorleistung/Prüfung: ??/oral exam

Termin: Wöchentlich Mo und Do. 12 - 14. (?)

Zusätzlich: Übung.

Zielgruppe/Sprache: Letztes Jahr Bachelor und beginnende Master Studenten / English

Vorkenntnisse: AGLA I, AGLA II, Zahlentheorie, Moderne Geometrie.

Description

I intend to give an introduction to the theory of elliptic curves. The first part of the course will be basic, including a very simple introduction to projective plane curves via polynomials. We will then prove the equivalence of different definitions of an Elliptic Curve. We then study several properties of elliptic curve and introduce tools like heights. The end of the course shall be an overview of open problems related to Elliptic curves.

Literatur

- Silverman, Joseph H., Tate, John T., Rational Points on Elliptic Curves.
- Silverman, Joseph H., The Arithmetic of Elliptic Curves.
- Silverman, Joseph H., Advance Topics on Elliptic Curves.
- William Fulton, Algebraic Curves.

12 Lecture Algebraic Geometry II

Lecturer: Gounelas

Lectures: Twice a week. Online on BBB.

Prerequisites: The Algebraic Geometry course of WiSe20/21.

Exercise sessions: Jonas Baltes, TBD.

Language: English.

Audience: 6th Semester bachelor or Masters students.

Exam requirements: At least 50% in the homework.

Description

This is a continuation course to 'Algebraic Geometry' offered last semester. We will be covering the following topics:

- Integral extensions, normalisation and flatness from commutative algebra.
- Weil, Cartier divisors and line bundles.
- Kähler differentials and the cotangent bundle.
- Proper morphisms and more on the Proj construction.
- Cohomology of sheaves and Čech cohomology.
- Cohomology of projective space.
- Flatness and generic smoothness.
- Serre duality and Riemann-Roch for curves.
- Introduction to surface theory.

References

We will follow a mixture of references, but mostly Gathmann's 2002 notes, Ottem-Ellingsrud, Hartshorne. Other references are the classical sources on the matter Mumford's Red book, Mumford-Oda, whereas some newer references are Liu's book, Eisenbud-Harris. Another great reference are the notes by Vakil.

13 Lecture Algebraic number theory II

Main goals of this lecture are the following:

- Porving the Chebotarew Density Theorem and learning typical applications thereof.
- Understanding and applying the fundamental theorems of class field theory, in global and idelic formulation.
- Proving selected results of Class Field Theory and getting an overview of the main steps of the entire proof.
- Kronecker's Judgendtraum, Elliptic curves with CM.
- Deuring's Lift Theorem and application in Computer Science.

All of these briefly formulated topics are rich in information and require some background work. It is therefore a generous upper bound for the content of the course. Selection will be made, as usual, dynamically with the audience, respecting the taste and the rythm of the participants. The course has basically two follow ups in the next year, which are dedicated to Iwasawa theory. In case of interest, parts of the topics that could not be covered may be treated thus in the subsequent semester.

Dozent/Art/Credits: Mihailescu – Vorlesung mit Übung – ?C

Vorleistung/Prüfung: ??

Termin: Di / Fr 12-14 (2 sessions, 4 hours).

Zusätzlich: Übung ??

Zielgruppe/Sprache: ab 6. Semester – English

Vorkenntnisse: NT I

Description

This is a continuation of the introductory course in Algebraic Number Theory, held in the Winter Semester.

Literature

The basic literature will be comprising

1 S. Lang – Algebraic Number Theory (Springer GTM),

2 Milne – Class Field Theory and Algebraic Number Theory, online scripts,

3 Janusz – Algebraic Number Fields,

4 Cox – Primes of the form $p = x^2 + ny^2$.

14 Lecture Mathematical Modelling of Epidemics

lecturer/type/credits Meyer – Lecture – 3 C

exam oral exam

time slot Monday 14–16

target group/language B.Sc. and M.Sc. students in mathematics – English

prerequisites Diff I, Diff II and AGLA I.

Description

The Covid pandemic has renewed the interest in mathematical models of epidemics. This is a classical topic in mathematical biology and a good example of how mathematics is used in biology and the life sciences. The course will start with the basic models for epidemic and endemic diseases and then turn to some more recent studies related to the Covid pandemic. Here the focus is on mathematical models for the spread of the disease and the estimation of parameters in such models. I plan to cover roughly the same material as in my seminar on this topic during the previous semester. The mathematics that goes into the more recent work is not very advanced. The main issues are how to relate the mathematical theory to reality and the data that is available about it.

Literature

- Chapter 3 of Britton; Essential mathematical biology; 2003.
- Part IV in Brauer, Castillo-Chavez; Mathematical models in population biology and epidemiology; 2012.
- Current journal articles will be distributed through Stud.IP

15 Lecture Harmonic Analysis with a view toward Number Theory

Dozent/Art/Credits: Brüdern – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% of the exercises; oral exam

Termin: ?? (2 sessions, 4 hours).

Zusätzlich:

Zielgruppe/Sprache: 3rd year or later – English

Vorkenntnisse: undergraduate courses in analysis, in particular Lebesgue integration and complex analysis

Description

This course is a lecture on advanced topics in real and complex analysis, centered by the themes suggested by the title line. It qualifies as „Zyklus 1“ and is this semester's RTG lecture.
Topics: review of measures and integration, the Radon-Nikodym theorem, classical Fourier analysis, Wiener's tauberian theorems, Hardy spaces, Harmonic analysis on symmetric spaces. Along the way, we see Siegel's refinement of Minkowki's lattice point theorem, and proofs of quadratic reciprocity and the prime number theorem.
To my dismay I expect to be too busy to write lecture notes but the lectures will be recorded. The programme is ambitious, so be prepared, have ropes and helmet available!

Literature

will appear on StudIP.

16 Lecture Differential Geometry and gauge theory.

Dozent/Art/Credits: Pidstrygach – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% of the exercises; oral exam

Termin: Di / Fr 14-16 (2 sessions, 4 hours).

Zielgruppe/Sprache: 3rd year or later – English

Vorkenntnisse: undergraduate courses in analysis and linear algebra, notions of groups and their actions (Algebra, 3rd semester), introductionary course in differential geometry.

Description

A notion of symmetry has proven to be one of the most fruitful in mathematics and theoretical physics, especially in geometry. A (smooth) continuous symmetry is described via a (smooth) action of a Lie group on a manifold. Principal bundles, e.g. spaces of all possible frames (moving frames, as introduced by Elie Cartan), come with actions of suitable Lie groups. The aim of this course is to introduce advanced language of modern differential geometry based on the theory of principal bundles. It separates computational machinery of differential geometry into calculus of differential forms on principal bundles and representation theory of Lie groups (i.e. linear symmetries in vector spaces). The former absorbs most of the geometry and analysis while the latter is mostly algebraic with geometry entering via manifold nature of Lie groups. This approach relieves us of burden of tensor notation with its forest of indices and mysterious permutation rules, which are replaced by refined instruments of representation theory, e.g. Young diagrams. Universality and effectiveness of this approach will be demonstrated by its numerous applications, in topology and modern theoretical physics, among others.
Topics: Lie Groups and Lie algebras, examples: (stabilisers of: a metric, a symplectic form, a complex structure), Ad and ad. Principal bundles, Lie group representations, associated vector bundles. Differential forms on principal bundles. Connections (various definitions, splitting of exact sequences), covariant derivative, connection operator. Curvature, its properties and its geometric meaning, deviation from a complex, deviation from a Lie algebra homomorphism for vector fields, Bianchi identities. Parallel transport, holonomy, holonomy groups, Ambrose-Singer theorem. Characteristic classes and Chern-Weil theory. Applications in Field theory and Riemannian geometry (principal bundles of frames and its reductions, canonical 1-form and local coordinate systems, metric and metric connections, torsion, Riemannian curvature tensor and realted representation theory).
The follow-up to this course will use the language introduced for deeper study of Riemannian manifolds and gauge models of theoretical physics, among other areas.

Literature

will appear on StudIP.

17 Lecture Course Analysis of Partial Differential Equations IV

Dozent/Art/Credits: Witt – Vorlesung mit Übung (3+1) – 6 C.

Vorleistung/Prüfung: 50% of the exercises; oral examination.

Termin: Tuesdays and Fridays, 12:15–1:55 p.m.

Zusätzlich:

Zielgruppe/Sprache: 8th semester or later – English.

Vorkenntnisse: Courses Analysis of Partial Differential Equations I to III.

Description

This lecture course is a continuation of the ones from the previous three semesters. This time we will concern ourselves with some special aspects of the theory of Fourier integral operators. We will first recall the notion of a Lagrangian distribution and then introduce a Fourier integral operator as an operator whose distributional kernel is such a Lagrangian distribution. Known examples are pseudodifferential operators, coordinate changes, restriction to submanifolds, and the solution operators to strictly hyperbolic homogeneous Cauchy problems, to name but a few.
After studying the most basic properties of Fourier integral operators, we will mainly focus on two aspects of the theory:

1. The global theory of Fourier integral operators. Microlocally, a Lagrangian distribution is conveniently represented as an oscillatory integral. Globally, however, this is impossible due the occurrence of caustics, at least when one insists on real phase functions. We shall discuss two possibilities to get around this problem - reparameterization of the underlying Lagrange manifolds and the usage of complex phase functions.

2. Mapping properties of Fourier integral operators. Zeroth-order pseudodifferential operators are L^p continuous, for $1 < p < \infty$. This is no longer true for general Fourier integral operators, e.g., due to singularities in the projections of the underlying Lagrange manifolds down to configuration space. One observes a loss of regularity instead. In the discussions here, certain modern tools from harmonic analysis, e.g., wave packets, will make an appearance.

If time permits, we will also discuss some applications at some length, for instance, in scattering theory or to Strichartz estimates.

Literature

To appear on StudIP.

18 Lecture Course Higher Groupoids Theory

Dozent/Art/Credits: Zhu – Vorlesung mit Seminar – ?C

Vorleistung/Prüfung: oral

Termin: Tuesday 10-12, Friday 10-12, together with my seminar on higher structure, which is Wed. 14-16.

Zielgruppe/Sprache: advanced Bachelor and master students– English

Vorkenntnisse: Differential geometry

Description

We give an introduction to higher groupoids via simplicial objects and Kan conditions. It's companied with higher structure seminar.
We will also explore principal bundles over differentiable stacks, which are Kan fibrations over Lie groupoids, with connection data. It's also welcome to propose topics to talk about that interest the participants.

Literature

- `https://arxiv.org/abs/0801.2057`
- arXiv:1701.00959
- arXiv:1510.09208
- `https://arxiv.org/abs/1512.04209`

19 Lecture Course Homological Algebra

Dozent/Art/Credits: Mukherjee - Lecture - 6 C

Vorleistung/Prüfung: Oral

Termin: Tuesdays and Fridays, 10-12

Zielgruppe/Sprache: Advanced Bachelor's and Master's students– English

Vorkenntnisse: AGLA I, AGLA II, Diff I, Diff II

Description

In this course, I will cover the basics of homological algebra with a view towards applications in modern analytic and algebraic geometry, and non-commutative geometry. More concretely, after a quick reminder on the basics of category theory, I will move on to the fundamental objects of homological algebra, namely, *chain complexes* and their homology. I will first discuss these objects over familiar *abelian categories* such as vector spaces over a field (or, modules over a ring), and then move on to more general *exact categories*, that meaningfully encompass categories that arise in functional analysis. Another fundamental idea, originating from algebraic topology, is that of weakening the notion of equivalences. In the context of homological algebra, the right notion of equivalence between chain complexes is that of a chain homotopy equivalence. This is analogous to the situation in algebraic topology, where the notion of a homeomorphism between spaces is weakened to a homotopy equivalence. This analogy between topology and homological algebra can be made more concrete in the language of *triangulated categories*, where the (stable) homotopy category of well-behaved spaces and the category of chain complexes up to chain homotopy lie.

Having discussed the basic framework of homological algebra, I will turn to applications. But given the broad scope of the subject, I will rely here on the interests of the audience. A standard application that I will definitely discuss is Ext and Tor, which are ubiquitous in algebra and geometry. These lead to classical definitions of *Hochschild (co)homology* and *group cohomology*, which I plan to compute in simple cases. Thereafter, I could discuss (depending on time and interest) *cyclic homology* or *relative algebraic geometry*.

The prerequisites to understand large parts of this course is kept at a bare minimum, including groups, rings, modules and some basic general topology. I plan to dedicate parts of some of my lectures to problems sessions, which are intended to aid the understanding of the topics of the lecture.

Literature

Will appear on studIP.

20 Lecture Course T.B.A (Gügümcü)

Dozent/Art/Credits: Gügümcü – Lecture and/or Seminar – ?C

Vorleistung/Prüfung: oral

Termin: N.N:

Zielgruppe/Sprache: advanced Bachelor and master students– English

Vorkenntnisse:

Description

Literature

-

21 Proseminare und Seminare

- Proseminar Fourierreihen – Schick
- Proseminar Algebraische Kurven – Gounelas
- Blockseminar Konstruktion und Erprobung von Lernumgebungen – Bauer/Meyer
- Seminar on L^2-invariants – Suchla/Schick
- Seminar on basic harmonic analysis – Witt
- Seminar on equations over finite fields – Schindler
- Seminar on inverse Galois theory – Müller/Mihailsecu

22 Oberseminare

- Oberseminar on analysis of partial differential equations – Witt – Fr 10-12
- Oberseminar on mathematical study of scattering resonances – Bahns – Do 16-18
- Oberseminar on non-commutative geometry – Meyer – Mi 14-16
- Oberseminar on number theory – Brüdern – Mo 16-18
- Oberseminar on analytic number theory – Helfgott – Fr 14-16
- Oberseminar on algebratic topology – Schick – Di 14-16
- Oberseminar on geometry and gauge theory – Pidstrygach – Mo 16-18
- Research seminar Pidstrygach – Mi 14-16
- Number theory working seminar – Schindler

23 Mathematische Gesellschaft und weitere Termine

`https://www.uni-goettingen.de/de/207450.html`