

Vorlesungskommentar – Sommersemester 22 – Wird ständig aktualisiert

Mathematisches Institut der Georg-August-Universität Göttingen

20.04.2022

Einleitung

Aufgrund der Pandemie ist die Planung weiterhin erschwert und viele der Termine und Formate stehen nicht fest bzw. können Änderungen unterworfen sein. Bitte im Zweifelsfall also die Daten aus **Stud.IP**, **UniVZ** und den ganzen Ordnungen (<https://www.math.uni-goettingen.de/service/ordnungen.html>) beachten oder auch einfach beim entsprechenden Lehrpersonal nachfragen. Bitte auch auf Updates dieses Kommentars achten.

Inhaltsverzeichnis

1	Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung II	3
2	Vorlesung: Analytische Geometrie und Lineare Algebra II	4
3	Vorlesung: Methoden der Analysis (für Lehramt)	5
4	Vorlesung: Geometrie (für Lehramt)	6
5	Vorlesung: Moderne Geometrie	7
6	Lecture course: Functional analysis	8
7	Vorlesung: Funktionentheorie	10
8	Vorlesung: Diskrete Mathematik (Mathematical Data Science)	11
9	Vorlesung: Zahlen und Zahlentheorie	13
10	Vorlesung: Einführung in die Mathematikdidaktik	14
11	Lecture course: Geometric hyperbolic partial differential equations	16

12	Lecture course: Generalised dynamical systems in the bicategory of rings	18
13	Lecture course (Z2 SP2): Algebraic Geometry II	19
14	Lecture course (Z2 SP1): Advances in mathematical methods in physics von Neumann Algebras in Quantum Physics	20
15	Lecture course (Z4 SP1): Gauge theory and applications	21
16	Lecture course: Bounded Cohomology of Groups	22
17	Reading courses: Noncommutative geometry	23
18	Seminar: Topological data analysis	25
19	Seminar: Rational points on varieties	27
20	Seminar: Seminar on Diophantine Geometry	28
21	Proseminar: Darstellungstheorie	31
22	Seminar: Mathematisches Modellieren in Populations- und epidemiologi- schen Kontexten (Lehramt)	33
	22.1 Beschreibung	33
	22.2 Vortrag und Ausarbeitung	34
	22.3 Themen	34
	22.4 Bemerkung	34
23	Seminar: Large scale geometry	36
24	Seminar: Algebraic and combinatorial structures in knot theory	37
25	Oberseminare	39
26	Mathematische Gesellschaft und weitere Termine	39

1 Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung II

Dozent/Art/Credits: Damaris Schindler – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Vorlesungen: voraussichtlich hybrid, Vorlesung in Hoersaal mit live Uebertragung

Übungen: Mittwochs

Assistenz: Leonhard Hochfilzer

Zusätzlich: Saalübung Di. 8–10 und Tutorium Mi. 14–18

Zielgruppe/Sprache: Zweites Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Diff I

Beschreibung

Wir werden uns unter anderem mit folgenden Themen beschäftigen:

- Stetigkeit, Differenzierbarkeit und Integrierbarkeit von Funktionen in mehreren Veränderlichen
- grundlegende topologische Begriffe
- Mass- und Integrationstheorie
- gewöhnliche Differenzialgleichungen

Literatur

- Koenigsberger, Analysis II
- Forster, Analysis II

2 Vorlesung: Analytische Geometrie und Lineare Algebra II

Dozent/Art/Credits: Ralf Meyer – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Vorlesungen: Di Fr 10–12, voraussichtlich hybride Vorlesung, die auch gestreamt und aufgezeichnet werden

Übungen: Freitags

Assistenz: Rosa Marchesini

Zusätzlich: Saalübung Do 8–10 und Tutorium Fr 14–18.

Zielgruppe/Sprache: Zweites Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Agla I

Beschreibung

Literatur

-

3 Vorlesung: Methoden der Analysis (für Lehramt)

Dozent/Art/Credits: Stefan Halverscheid – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Vorlesung Mo 10 - 12 und Do 10 - 12

Zusätzlich: Saalübung Di 8-10 und Tutorium Di 13-17.

Übungen: Mi 8–10 und 10–12

Assistenz: Arne Hofmann

Zielgruppe/Sprache: Lehramt ab zweites Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Diff I.

Beschreibung

Die Vorlesung setzt die Vorlesung Diff I fort. Wir behandeln die Differential- und Integralrechnung im \mathbb{R}^n , Untermannigfaltigkeiten des \mathbb{R}^n , die klassischen Integralsätze und streifen gewöhnliche Differentialgleichungen.

Literatur

-

4 Vorlesung: Geometrie (für Lehramt)

Dozent/Art/Credits: Stefan Wiedmann – Vorlesung mit Übung – 6 C

Art: Präsenz, Aufzeichnung der Vorlesung später verfügbar

Assistenz: Tim Höpfner

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Wöchentlich Di 10–12

Zusätzlich: Saalübung Do. 8–10 und Tutorium Fr. 10–12.

Übungen: Do. 14–16. Fr. 8–10.

Zielgruppe/Sprache: Lehramt ab zweites Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: AGLA I.

Beschreibung

Die Vorlesung setzt die Vorlesung AGLA I fort. Wir behandeln affine Geometrie in Ebene und Raum, Kegelschnitte, quadratische Formen und Bilinearformen. Ebenfalls untersuchen wir Untergruppen der Matrixgruppe $GL(n)$, insbesondere orthogonale und unitäre Gruppe. Im letzten Teil der Vorlesung betrachten wir die Geometrie des projektiven Raumes. Hergestellt wird jeweils der Bezug zur *Schulmathematik* durch Aufgaben aus Schulbüchern. Außerdem visualisieren wir Sachverhalte durch den Einsatz des Programms *Geogebra*.

Literatur

Skript Prof. Stuhler aus Vorlesung 2019

5 Vorlesung: Moderne Geometrie

Dozent/Art/Credits: Leonid Ryvkin – Vorlesung mit Übung – 9 C

Präsenz/Online: Präsenz (voraussichtlich mit Streaming)

Assistenz: Neslihan Gügümcü

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Wöchentlich, Dienstags und Freitags 14-16.

Übungen: Donnerstags 14-16 und 16-18.

Zielgruppe/Sprache: Studierende der Mathematik und Physik, ab 4. Semester – Deutsch, eine der Übungen auf Englisch

Vorkenntnisse: Gewisses Grundverständnis von Mannigfaltigkeiten und Differentialformen (wie es z.B. in den Vorlesungen Diff-I bis Diff-III) vermittelt wird. Eine kurze Wiederholung der wichtigsten relevanten Konzepte wird jedoch am Anfang der Vorlesung gegeben.

Beschreibung

Ziel dieser Vorlesung ist es eine Einführung in die symplektische Geometrie zu geben. Symplektische Strukturen tauchen als Phasenräume in der klassischen Mechanik auf, spielen eine große Rolle in der Darstellungstheorie und werden auch zur Simulation physikalischer in der Numerik genutzt. Auf dem Weg lernen wir einige Geometrien (Riemannsch, Kontakt-, Poisson-, Blätterungen) kennen, die nicht durch symplektische Formen gegeben sind, aber eng mit ihnen verwandt sind.

Literatur

- eigenes Kurzsript wird während der Vorlesung erstellt
- Lectures on Symplectic Geometry, Ana Canas da Silva

6 Lecture course: Functional analysis

Dozent/Art/Credits: Thomas Schick – Vorlesung mit Übung – 9 C

Präsenz/Online: Präsenz im Maximum

Assistenz: Christopher Wulff

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Wöchentlich Mo, Do 12:15–13:55 in Maximum

Übungen: Ja, Zeiten noch unklar.

Zielgruppe/Sprache: students Mathematik, Physik, computer science ab 4. Semester – english

Vorkenntnisse: Die Inhalte von Diff 1+2 und Agla 1+2, insbesondere: Hilberträume, normierte Vektorräume, lineare Abbildungen.

Description

Functional analysis (FA) is of fundamental importance for the analytical branch of pure mathematics, and in much of applied and numerical mathematics, e.g. in the theory and numerics of partial differential equations and integral equations, for optimization and in approximation theory, and also in many branches of stochastics.

At the same time, it plays an important role in physics, in particular in quantum mechanics. Many parts of functional analysis have been developed at the beginning of the twentieth century, to lay solid mathematical foundations for the ideas of the physicists. As a principle: quantum mechanical systems are described by a Hilbert space, measurements by application of a self-adjoint operator, and the time evolution via application of an operator which has to be inserted into a function.

FA is (after Diff I and Diff II) the completion of the analytical basic education of any mathematician.

The subject of the course FA is the theory of normed vector spaces, in particular of Hilbert spaces, and the continuous linear maps between these.

We will cover in particular

- Hilbert spaces and their geometry
- Banach spaces, their generalizations and the basic principles of functional analysis (Hahn-Banach, open mapping, ... theorems)
- bounded operators and their spectrum
- spektral theorem for (self adjoint) operators on a Hilbert space: substituting operators in funktions

- compact operators and their spectral theory: solution theory of linear equations (Riesz-Fredholm theory)
- probably: distributions (= generalized functions)

The course is planned to be held in english, on mutual agreement we could also switch to German (or French or Italian)

Literature

- T. Schick: short lecture notes (to be adapted during the course)
- M. Reed, B. Simon: Functional Analysis I, II
- H. Schröder: Funktionalanalysis (Verlag Harri Deutsch)
- D. Werner: Funktionalanalysis (Springer Verlag)
- F. Hirzebruch, W. Scharlau: Einführung in die Funktionalanalysis (Vieweg)

7 Vorlesung: Funktionentheorie

Dozent/Art/Credits: Engelbert Suchla – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Di 12:15 - 13:55 und Fr 12:15 - 13:55.

Übungen: Ja; Termine stehen noch nicht fest.

Assistenz: Marcel Bigorajski

Zielgruppe: Mathematik- und Physik-Studierende ab dem zweiten Semester

Sprache: Deutsch

Vorkenntnisse: Differenzial- und Integralrechnung 1

Beschreibung

Die Funktionentheorie beschäftigt sich mit Differenzial- und Integralrechnung über den komplexen Zahlen. Obwohl die Definitionen fast identisch sind, ist komplexe Differenzierbarkeit eine sehr viel stärkere Eigenschaft als reelle Differenzierbarkeit, und so ist die Theorie der holomorphen (= komplex differenzierbaren) Funktionen überraschend verschieden von der reellen Analysis.

Die Funktionentheorie bildet selbst ein wichtiges Teilgebiet der Mathematik, kommt aber auch in zahlreichen anderen Gebieten zur Anwendung: Zum Beispiel ist sie ein zentrales Werkzeug für die analytische Zahlentheorie (z.B. Riemann'sche Zetafunktion) und liefert wichtige Rechenmethoden in der Physik (z.B. den Residuensatz).

Unter anderem werden folgende Themen behandelt:

- Holomorphie und die Cauchy-Riemann-Gleichungen
- komplexe Wegintegrale (die nicht vom Weg abhängen!)
- Potenzreihen und Laurentreihen
- Cauchy'sche Integralformel und Residuensatz
- Möbius-Transformationen und konforme Abbildungen
- und vieles mehr

Literatur

- Remmert & Schumacher: Funktionentheorie 1
- Freitag & Busam: Funktionentheorie 1
- Lang: Complex Analysis

8 Vorlesung: Diskrete Mathematik (Mathematical Data Science)

Dozent/Art/Credits: Preda Mihăilescu – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: Klausur

Termin: 2 X Wöchentlich

Assistenz: Linda Frey

Zusätzlich: Übungen

Zielgruppe/Sprache: Ab 4. Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Pflichtvorlesungen. Elementare Zahlentheorie willkommen

Beschreibung

Die Vorlesung ist Teil des Bachelor-Programms „Mathematical Data Science“. Es ist eine Gelegenheit Kombinatorik, Zahlentheorie, Graphentheorie usw. einzuführen. Es wird ein starker Akzent auf Algorithmik gesetzt, mit Focus auf Computer Algebra und zahlentheoretischen Algorithmen die in der Kryptographie und Codierungstheorie relevant sind. Die Übungen werden durch Programmieraufgaben – vermutlich in Python – unterstützt.

Description

Es werden Themen aus der folgenden Richtungen angeschnitten.

- A. Induktion, Rekursion und Erzeugende Funktionen. Arithmetische Funktionen.
- B. **Elementare Arithmetik und Symbolisches Rechnen.**
 - 1. Elementare Konvolutionen, Langzahlarithmetik mit Karatsuba-Offman
 - 2. Modulare Arithmetic, Montgomery Algorithmus für Exponentiation und Sieveking-Kung für polynomiale modulare Exponentiation.
 - 3. Euclid algorithmus, Kettenbrüche und Padé approximation.
 - 4. Schnelle multiple polynom – Evaluation and –Interpolation, schneller CRT.
- B. **Fortgeschrittene Arithmetik.**
 - 1. Fast Fourier im Komplexen und in endlichen Ringen, Anwendungen. Schönhage - Strassen Algorithmus.
 - 2. Polynomiale Factorisierung: Berlekamp. Anwendung zur Faktorisierung in $\mathbb{Z}[X]$. Irreduzible Polynome über $\mathbb{F}_q[X]$.

3. Gitter, kurze Vektoren und der LLL Algorithmus.

C. **Primalität**

1. Lucas-Lehmer Tests, bedingt-deterministische Tests.
2. Probabilistische Tests: Solovay-Strassen and Rabin-Miller et.al.
3. Allgemeine deterministische oder Las Vegas tests: EECP und Cyclotomy tests, AKS.

D. **Glatte Zahlen und subexponentiale Algorithmen**

1. Die Theoreme von Dickson and Canfield, Erdős and Pomerance.
2. Quadratisches Sieb.
3. Discrete Logarithmen.

- E. Eigenrecherche, moderierte Diskussion und Essayabgabe zum Thema: "KI – Versprechungen, Gefahren, Vorsichtsgebote".

Literatur

- R. Crandall and C. Pomerance : *Prime Numbers. A computational Perpsective* 2nd Edition, Springer 2005,
- J. vz Gathen and J. Gerhard: *Modern Computer Algebra*, Cambridge, 2000.
- V. Shoup: *A computationan introduction to Number theory and Algebra*
- Concrete Mathematics (Graham, Knuth, Patashnik)
- Discrete Mathematics (Rosen)

9 Vorlesung: Zahlen und Zahlentheorie

Dozent/Art/Credits: Victoria Cantoral Farfán – Vorlesung mit Übung – 9 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Termin: Vorlesung Mo 8:15 - 9:55 und Do 8:15 - 9:55.

Vorlesungen: Vorlesung in Hoersaal mit live Uebertragung.

Übungen: Sie findet donnerstags statt (folgen Sie diesem [Link](#) für weitere Informationen)

Assistenz: Paul Buterus

Zielgruppe/Sprache: Ab viertem Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: B.Mat.0021, B.Mat.0022.

Beschreibung

Wir werden unter anderem die folgenden Themen behandeln:

- Primfaktorzerlegung
- Euklidischer Algorithmus
- Kongruenzen, chinesischer Restsatz
- Restklassenringe, Primitivwurzeln
- Quadratreste und quadratische Reziprozität
- Summen von Quadraten

Literatur

- M. Hindry, Arithmetics, Springer.
- S. Müller-Stach und J. Piontkowski, Elementare und algebraische Zahlentheorie, Studium.
- K. Reiss, Basiswissen Zahlentheorie, Springer.

10 Vorlesung: Einführung in die Mathematikdidaktik

Dozent/Art/Credits: Sebastian Bauer – Vorlesung mit Übung – 6 C

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und zweimaliges Vorrechnen / Klausur

Termin: Vorlesung, donnerstags 8.30 bis 10.00 Uhr

Zusätzlich: Übungen (siehe unten)

- Montag 14:15 - 15:45
- Dienstag 08:15 - 09:45

Zielgruppe/Sprache: 4.-6. Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Empfohlen AGLA I, Diff I, Geometrie, Diff II, Stochastik, Pädagogische Psychologie

Beschreibung

Die folgenden Frage- und Problemstellungen werden betrachtet:

- Warum und wozu Mathematikunterricht?
- Wie denken Kinder?
- Mathematik – Logik und Anschauung
- Wie entwickelt sich das „mathematische Denken“?
- Gibt es unterschiedliche Denkstile in der Mathematik?
- Wie wird Mathematik dargestellt und worin besteht die besondere Leistungsfähigkeit formaler Darstellungen?
- Wie beeinflussen unterschiedliche Darstellungen das Lernen?
- Welche Rolle spielen Begriffe in der Mathematik und wie werden sie definiert?
- Wie wird mathematisch geschlossen und wie ist der Zusammenhang zwischen Begründen, Argumentieren und Beweisen?
- Welche Rolle haben Modelle in der Mathematik und welche Rolle im Wechselspiel von Mathematik und außermathematischer Realität?

Einen Wissensaufbau im Sinne des lokalen Ordners erarbeiten wir zur elementaren Geometrie in der Ebene. Dabei wird aufbauend auf den „großen Drei“, nämlich Umfangswinkelsatz, Satzgruppe des Pythagoras und Ähnlichkeit, die Reichhaltigkeit der schulrelevanten elementaren Geometrie erlebt. Schließlich werden wir kleine Einblicke in forschungsbezogene Herangehensweisen bekommen, etwa um Bearbeitungen von Lernenden zu interpretieren, unterschiedliche Forschungsdesigns zu vergleichen oder Schulvergleichsstudien mit Aussagen zum Fach Mathematik kritisch zu lesen.

Unsere Veranstaltung knüpft an ausgewählte Inhalte der Vorlesung des Moduls B.BW.010 „Einführung in die Pädagogische Psychologie: Lehren und Lernen“ (aus den Wintersemestern 2020/2021 bzw. 2021/2022) ebenso an wie an Inhalte für statistische Methoden der Vorlesung „Schulbezogene Grundlagen der Stochastik“ (aus den Wintersemestern 2020/2021 bzw. 2021/2022), wie sie im Musterstudienplan vorgesehen sind. Wir werden jeweils auf die Stellen in diesen Veranstaltungen verweisen, sodass diese gut vorzubereiten sind, sollten die Module noch nicht absolviert worden sein.

Ablauf:

Die Vorlesung enthält Elemente der Methode des Inverted classroom. Zur Vorbereitung der Vorlesung wird ein Lernmodul mit verschiedenen Lernaktivitäten bereitgestellt. Hierzu zählen neben klassischen Vorlesungsabschnitten zum Beispiel auch eigenständige Aufgabenbearbeitungen, das Lesen von weiterführenden Texten und wissenschaftlichen Veröffentlichungen oder das Schauen anderer Lehrmaterialien. Für den elementargeometrischen Teil wird es ein Skript zur Selbstbearbeitung geben. Die Beschäftigung mit dem Lernmodul beinhaltet also neben der Vorlesung auch die Vor- und Nachbereitung. Die Vorlesungszeit selber wird verstärkt diskursiv gestaltet sein.

Für die Übungen sind die folgenden Zeiten geplant:

- Montag 14:15 - 15:45 und 16:15 - 17:45
- Dienstag 10:15 - 11:45 und 14:15 - 15:45

Sollten Sie an keinem der obigen vier Termine an einer Übung teilnehmen können, melden Sie sich bitte frühzeitig.

geplante Klausurtermine:

- 11. August 2022: 8:30 - 10:00
- wird noch angekündigt: 8:30 - 10:00

Literatur

In der Stud.IP-Veranstaltung wird Literatur zu den jeweiligen Themen zur Verfügung gestellt.

11 Lecture course: Geometric hyperbolic partial differential equations

Dozent/Art/Credits Zhuoping Ruan (Nanjing University) – 2 SWS lecture – 3 C.

Präsenz/online Hopefully hybrid, with lectures being streamed and recorded.

Requirements/exam None (though homework problems will be offered) – oral exam.

Time slot

Target group/language Final year BSc students and MSc students – English.

Prerequisites Basic courses in analysis and linear algebra.

Description

Nonlinear hyperbolic partial differential equations constitute a tremendously interesting and rapidly developing field. Typical examples include the compressible Euler equations from fluid dynamics and the Einstein equations from general relativity.

In this course, we will study fundamental aspects of the nonlinear theory of hyperbolic partial differential equations approached by geometric means.

The following topics will be covered:

1. Lorentzian geometry
2. Conformal geometry
3. Conserved quantities and symmetries
4. Energy estimates
5. Dispersive estimates
6. Local existence
7. Global existence versus blow-up
8. Littlewood-Paley theory and Strichartz estimates
9. Well-posedness for low-regularity data

Literatur

- [1] Serge Alinhac, *Geometric Analysis of Hyperbolic Differential Equations: An Introduction*. Cambridge University Press, 2010.
- [2] Juan A. Valiente Kroon, *Conformal Methods in General Relativity*. Cambridge University Press, 2016.
- [3] Christopher D. Sogge, *Lectures on Nonlinear Wave Equations*. International Press, 2013.

12 Lecture course: Generalised dynamical systems in the bicategory of rings

Dozent/Art/Credits: Ralf Meyer – 4SWS lecture or 4+2 SWS lecture and exercises – 6 C or 9 C

Präsenz/Online: hopefully hybrid, with lectures being streamed and recorded, exercises in presence

exam oral exam

time slot

target group/language: final year BSc students and MSc students – english

prerequisites rings and modules, category theory

Description

Many interesting noncommutative rings are built from dynamical objects such as groups, topological groupoids, or their actions on rings. The crossed product for a group action may be defined through a universal property. In this lecture, we will study more general kinds of actions for groups and semigroups and use this to define analogues of crossed products. The framework for this is a bicategory that has rings as objects and bimodules as arrows, and bimodule maps as 2-arrows. A generalised action of a monoid is a homomorphism of bicategories from a monoid to this bicategory. These bicategory homomorphisms are the analogues of functors between categories. The universal property of the crossed product for an ordinary action of a group is a bicategorical analogue of the universal property of a limit of a diagram in a category. This suggests how to define analogues of these crossed products, which we call covariance algebras, for all homomorphisms to the bicategory of rings and bimodules. The lecture will develop these concepts along with general concepts from bicategory theory.

Many results familiar from category theory have analogues in bicategory theory, but become much more complicated. Examples of this are the limits mentioned above, or the Yoneda embedding. This theory is ongoing research of mine, and so far little of this is published. There is, however, a chapter in a draft that should eventually become a research monograph on bicategories in noncommutative geometry. The research literature mainly contains analogous results for C^* -algebras instead of rings, which is how I become interested in bicategory theory. To reduce the prerequisites, I will treat only rings instead of C^* -algebras in this course.

13 Lecture course (Z2 SP2): Algebraic Geometry II

Lecturer: Frank Gounelas

Lectures: Twice a week. Hybrid.

Prerequisites: Algebraic Geometry of WiSe21/22, or an analogous course on varieties.

Exercise sessions: Jonas Baltes, TBD.

Language: English.

Audience: 6th Semester bachelor or Masters students.

Exam requirements: At least 50% in the homework.

Description

This is a continuation course to 'Algebraic Geometry' offered last semester. It will be an introductory course to scheme theory, and we will be covering the following topics:

- Affine schemes and schemes.
- Commutative algebra desiderata: integral extensions, normalisation and flatness.
- Field extensions and the functor of points.
- Proper morphisms and the Proj construction.
- Quasi-coherent sheaves and vector bundles.
- Weil, Cartier divisors and line bundles.
- Kähler differentials and the (co)tangent bundle.
- Grassmannians and cubic surfaces.

References

We will follow a mixture of references, but mostly Gathmann's 2019 notes, Ottem-Ellingsrud Scheme Theory notes and Hartshorne's book. Other references are the classical sources on the matter such as Mumford's Red book, Mumford-Oda, whereas some newer references are Liu's book, Eisenbud-Harris. Another great reference are the notes by Vakil.

14 Lecture course (Z2 SP1): Advances in mathematical methods in physics von Neumann Algebras in Quantum Physicsodule (B.Mat.3315)

Lecturer: Dorothea Bahns

Lectures: Twice a week. Hybrid.

Language: English.

A number of questions in classical (statistical) and in quantum physics can be cast into the framework of von Neumann algebras. And the beautiful theory of von Neumann algebras by now has numerous applications within mathematics, with connections to analysis and probability, geometry and noncommutative geometry, combinatorics and more.

In the lecture I will cover the basic theory of C^* -algebras and von Neumann algebras, of dynamical systems and in particular ergodic properties of dynamical systems. We will study certain classes of states (positive functionals) and the GNS representation. Moreover, we will be concerned with Tomita Takesaki theory which assigns a group of automorphisms to a von Neumann algebra that allows for a better understanding of the algebra's structural properties. Applications in mathematics and physics will be discussed.

Throughout the lecture, I will motivate the concepts from the point of view of physics, but no prior knowledge in physics is required. Basic knowledge in functional analysis (operators in Hilbert spaces, basic topology) is expected.

- Şerban Stratila and Laszlo Zsido, Lectures on von Neumann Algebras
- Claude-Alain Pillet, Quantum Dynamical Systems
- Hellmut Baumgärtel, Operatoralgebraic Methods in Quantum Field Theory.
- Ola Bratteli and Derek W. Robinson, Operator algebras and quantum statistical mechanics. Volume 1 and 2
- Rudolf Haag, Algebraic Quantum Field Theory

15 Lecture course (Z4 SP1): Gauge theory and applications

Lecturer: Victor Pidstrygach

Lectures: Twice a week. TBA.

Language: English.

Exam requirements: TBA

Description

Modern physics is unthinkable without the gauge theory. It is a mathematical foundation of the standard model, describes all known interactions among elementary particles, except gravity. Its predictions have been verified in numerous experiments at particle accelerators. In mathematics, during the last decades gauge theory presented itself as theory with applications well beyond its familiar dwelling - differential and Riemannian geometry. Groundbreaking results of Donaldson, Seiberg and Witten demonstrated its effectiveness in differential topology, algebraic and symplectic geometry. In the theory of Seiberg-Witten invariants, which we shall discuss, one uses Dirac operators, introduced in physics in order to describe electrons in quantum theory. It plays a prominent role in the study of index theory of elliptic operators on compact manifolds by Atiyah and Singer, another powerful tool in geometry, topology and physics.

All in all, the course is a unique blend of algebraic, geometric and topological constructions with an eye on applications.

Content

- A reminder of language of principal bundles. Associated vector bundles, connection and curvature, gauge transformations.
- Characteristic classes and Chern-Weil theory.
- Clifford algebras and Spinor groups. Dirac operators. Weitzenböck formula.
- Elliptic operators on compact manifolds. Fredholm operators and index. Atiyah-Singer index theorem.
- Gauge theory, moduli spaces and their properties.
- Gauge theory of Seiberg-Witten equations. Seiberg-Witten invariants and their applications.

16 Lecture course: Bounded Cohomology of Groups

Lecturer: Thorben Kastenholz

Lectures: Once a week (Currently Tue 14-16, but potential rescheduling)

Language: English.

Exam requirements: None

Prerequisites: Basic knowledge about (Co)homology, homological algebra and topological properties of manifolds (mainly stuff about the fundamental class), and covering theory. Some functional analysis is good, but not necessary

Description

In the 80s Gromov introduced bounded cohomology as a (in a sense) more quantitative refinement of singular/group cohomology, which he then used to give a more accessible proof of the Mostow Rigidity Theorem. Many "quantitative" questions in algebraic topology can be stated in terms of bounded cohomology.

In this course we will introduce bounded cohomology, study its elementary properties, prove its relationship to hyperbolicity and amenability and study the simplicial volume. If time permits, we will talk about the Milnor-Wood inequality and if time permits we will talk about Mostow Rigidity.

17 Reading courses: Noncommutative geometry

Dozent/Art/Credits: Ralf Meyer – three reading courses – 3–6 C each

Präsenz/Online: Recorded lectures plus, perhaps, discussion sessions

requirements/exam none (no exercises offered) – oral exam

time slot to be discussed

target group/language: MSc students interested in noncommutative geometry – english

prerequisites basic mathematics courses

Description

I have offered two 4-hour lecture courses in the area of noncommutative geometry in the summer term 2020 that are suitable for self-study. Namely, the course Noncommutative Geometry I (C*-algebras) and the course Noncommutative Geometry IV (Noncommutative Differential Geometry). The numbers do not mean anything, both courses are independent and could be your first course in noncommutative geometry.

There is also a 2-hour lecture course on topological phases of matter, which is also quite suitable as a first course in noncommutative geometry, if you are interested also in mathematical physics. It starts with a crash course in quantum mechanics, aimed at mathematicians, and ends in a study of homotopy classes of symmetry-protected Hamiltonians. It does not use K-theory much, and C*-algebras only play a very minor role. Some algebraic topology occurs, but if you are interested in the applications, you should be able to absorb the necessary homotopy theory. The course comes with lecture notes and recordings of my classes.

The C*-algebra course starts out by introducing the most important results in the theory of C*-algebras, following roughly the first chapter in Davidson’s book “C*-algebras by example”. Then I study some classes of C*-algebras, highlighting group C*-algebras and crossed products for group actions because they are most relevant for my own research. The C*-algebra course is based on a functional analysis course that I offered in the summer term 2018 (and also recorded, by the way). (The C*-algebra course was first offered in the winter 2018–9.) So I treat results from general functional analysis such as the Hahn–Banach Theorem, dual spaces, or the spectrum of Banach algebras rather briefly in this course. I would consider a functional analysis course a prerequisite for this course.

The C*-algebra course was recorded in the winter term 2018–9 for the benefit of some students who could not attend in person, and offered again in the summer term 2020. The recordings are almost complete; a few recordings did not work because of technical problems. Nevertheless, the material is suitable for self-study, as proven by several students who took this course in 2020.

The noncommutative differential geometry course avoids analysis and aims at Hochschild and periodic cyclic homology, which are among the most basic topological invariants in

noncommutative geometry. I do not treat K-theory, which is the other important topological invariant, because that was treated in the summer term 2019. (The recordings of the K-theory course mostly failed to work because of technical problems. So I do not recommend this as self-study material. If you really want to learn K-theory, then you have to take a very bare reading course based only on books.) The noncommutative differential geometry course starts with the basic paradigm of carrying over concepts from classical geometry such as points and tangent vectors to noncommutative algebras. This leads to a rather careful study of Hochschild cohomology and a brief introduction to periodic cyclic cohomology. The lecture notes of the noncommutative geometry course started out many years ago and were updated during the summer term 2020. They are accompanied by recordings of introductory presentations by me, which highlight the main points in the different sections of the book. Here one section corresponds roughly to the material for one lecture. This course was offered in the summer term 2020 purely online, without exercises. It is quite suitable for self-study.

I will be teaching basic mathematics courses in the coming semesters. Since this leaves me little time for a 4-hour specialised course in my research subject, these reading courses are the only likely option for you, if you want to learn noncommutative geometry during your master's studies. You may find the course material by going to the summer term 2020 and registering in Stud.IP for the relevant course by me in that semester. Please drop me an email if you would like to take this reading course. If enough students are interested – say, at least 5 – I would be happy to offer regular discussion sessions.

Literature

- My own lecture notes for the noncommutative differential geometry and the topological phases courses.
- Davidson, *C*-Algebras by Example*.

18 Seminar: Topological data analysis

Dozent/Art/Credits: Thomas Schick – Seminar – 3C

Präsenz/Online: on site

requirements/exam Seminarpräsentation und Handout

time slot Tue 14:15–15:55

target group/language: Bachelor and Master students mathematics, data science, computer science from semester 4

prerequisites basic mathematics courses

Vorbereitung Last Friday of teaching period, 14:15 in HS 1 (and online)

Description

Science today is marked by the collection of huge sets of data. The bottleneck is more and more the evaluation of this data.

In particular, one has to retrieve the decisive qualitative information in an efficient way (typically from noisy and high dimensional data which is presented in inappropriate coordinates).

Topology is (from the point of view of geometry in pure mathematics) the area which does precisely such a kind of job. In the last decades there has now also been a very active development to implement this in practical terms.

Example questions: given a scan of living tissue on the scale of cells: distinguish the different components (the membranes), detect connections (in particular their time evolution), but do this with noisy data and suppress irrelevant artefacts.

One suggestion to develop and apply algebraic topology to solve these problems will be the theme of the seminar, where we try to get all the way to some more or less real applications. The larger part, however, will be dedicated to develop the algebraic topology and geometry basics.

More precisely, our tool are homology groups (there is one for each integer n). Very roughly, these count n -dimensional holes in a topological space. E.g., an n -dimensional sphere has precisely one n -dimensional hole, whereas a disk (of any dimension) has no hole at all (trivial homology).

To apply this to point sets (this is, what data measurement will produce), we construct a sequence of interesting topological spaces from this point set and apply homology to each of the spaces in the sequence. The *persistent homology* (our main tool) focuses on those homology features which persist for a long time in the sequence of spaces.

The course does not require previous knowledge of topology, it is in particular this which will be covered and learned in the seminar. We will then also see how this is used in practice, and learn about some fundamental theoretical features of persistent homology.

Examples for applications:

- given a set of points in \mathbb{R}^3 which represent (centers of) atoms of a large molecule, determine tunnels and cavities in the molecule
- reconstruct surfaces from noisy data points

The most significant topological basics consist of

- knowing and applying simplicial complexes
- know homology (of simplicial complexes), compute it and interpret the information
- understand homology as a functor
- understand the combinatorial Laplace operator
- knowing advanced computation tools for homology (from homological algebra): exact sequences, all the way to spectral sequences)
- applying Morse theory to describe homology

Specific for topological data analysis are

- skilled construction of simplicial complexes from data, e.g. Rips complex, Delaunay-triangulation, . . . and comparison of these
- persistent homology and bar codes
- efficient algorithms to compute homology
- Morse theory and flow complex
- local homology

19 Seminar: Rational points on varieties

Dozent/Art/Credits: Frank Gounelas and Damaris Schindler – Seminar – 3C

Präsenz/Online: on site or hybrid

requirements/exam seminar talk

time slot TBA

target group/language: Bachelor and Master students mathematics

prerequisites Number theory, algebra, ideally some algebraic geometry

Vorbesprechung TBA

The aim of this seminar will be for advanced bachelor, masters and phd students to give talks on various topics concerning rational points on varieties following Poonen's recent book [1].

Literatur

- [1] Bjorn Poonen, Rational Points on Varieties, Graduate Studies in Mathematics, 186. American Mathematical Society, Providence, RI, 2017. xv+337.

20 Seminar: Seminar on Diophantine Geometry

Dozent/Art/Credits: Evelina Viada – Seminar – 3C

Präsenz/Online: on site or hybrid

requirements/exam seminar talk

time slot TBA

target group/language: see below

prerequisites see below

Vorbesprechung see below

The aim of the seminar is to understand some important tools of Diophantine Geometry, such as Bézout's Theorem, Resultants, Heights. We will discuss in particular projective plane curves and then investigate Elliptic Curves from an algebraic and a geometric point of view. At the end of the seminar, the students should be able to understand the proofs of the Nagel-Lutz and Mordell-Weil Theorems, and the world of Complex Multiplication.

The talks are of different levels and some are independent of the others. Students can take part to the seminar from the 5. Semester on, however a good mastering of Number Theory, Algebra and a basic knowledge of Galois theory and geometry are mandatory. In the presentation, the student must show to be able to apply the theory in specific examples and exercises.

Each student chooses a subject from the given list or proposes a subject that must be first approved by the Professor.

Choice of the subject has to be communicated to Prof. E. Viada by March 24th with an E-mail to

evelina.viada@mathematik.uni-goettingen.de

and subject "SSeminar 2022".

If different students have chosen the same subject, it might be necessary to change it or you must work in pairs.

The professor will arrange meetings during the week March 28th - April 1st to discuss with you the subject and she will communicate the timetable of the presentations. At the meeting with the professor you must have a rough plan of your talk and a good understanding of the subject.

Give a Talk

The talk must be well organised and last about 60-70 minutes. The aim of the talk is to make other students understand and learn some mathematics. Therefore it must be

accessible to a master student. More than on complicated proofs it has to be focused on examples and applications. Questions can be posed during and after the talk. The student should be able to answer questions on the subject.

Deadlines and Credit Points

All deadlines fixed in the official schedule are mandatory and cannot be postponed. To obtain credit points, the talk and answers to questions must get a sufficient grade.

1. Algebraic Varieties I
[2] pp. 8-22
2. Algebraic Varieties II
[2] pp. 22-29
3. Algebraic Curves
[3] Chapters 1 and 2
4. Bézout's Theorem
[3] Chapter 3
5. Resultants and Intersection Multiplicity
[11] Chapters 5 and 6
6. Cubics and Elliptic Curves
[6] pp 45-63, [1] Chapter 14, [4] Chapter 3, [8] Lecture 2.
7. Elliptic Functions
[10] Chapter 2
8. The Uniformization Theorem
[10] Chapter 3
9. Isogenies
[9] Chapter 3, [8] Lectures 5 and 17.
10. Heights
[2] pp 168-182
11. Canonical Heights
[6] pp 199-220 and pp 227-231
12. Nagel-Lutz Theorem
[10] Chapter 8 (and first part [8] Lecture 3)
13. Mordell-Weil Theorem
[10] Chapters 6 and 7

- 14. Modular Functions
[9] chapter 4
- 15. Complex Multiplication I
[9] chapter Chapter 5 and [8] Lecture 17
- 16. Complex Multiplication II
[8] Lecture 18

Literatur

- [1] Gibson, C.G. 1998. Elementary Geometry of Algebraic Curves: an Undergraduate Introduction. Cambridge University Press
- [2] M. Hindry and J. Silverman, Diophantine Geometry an introduction, Springer-Verlag, New York 2000
- [3] R.P. Hulst, A proof of Bésout's theorem usig the Euclidean algorithm, Bachelor Thesis 2011, Universiteit Leiden.
https://www.universiteitleiden.nl/binaries/content/assets/science/mi/scripties/bachelor/-2016/110830_btheses_hulst_fwn_math.pdf
- [4] Kirwan, F. 1992. Complex Algebraic Curves. Cambridge University Press.
- [5] A. W. Knapp: Elliptic Curves. Princeton Univ. Press, Princeton, (1992).
- [6] J. H. Silverman: The Arithmetic of Elliptic Curves. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, (1985).
- [7] J. H. Silverman: Advanced Topics in the Arithmetic of Elliptic Curves. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, (1994).
- [8] Andrew Sutherland, MIT Mathematics, Cours n. 18.783 Elliptic Curves, <https://math.mit.edu/classes/18.783/2017/lectures.html>
- [9] P. Stevenhagen, Elliptic Functions, Universteit van Amsterdam, 1991-92 <https://websites.math.leidenuniv.nl/algebra/ellipticfunctions.pdf>
- [10] P. Stevenhagen and B. de Smit, Kervank Algebra, Universteit van Amsterdam, 1996-97 <https://vdoc.pub/documents/elliptic-curves-kernvak-algebra-l6bp6nr96p00>
- [11] O. van Zomeren, Bézout's Theorem and an Explicit Comparison of Intersection Multiplicities, Bachelor Thesis University of Göttingen, 2018

21 Proseminar: Darstellungstheorie

Dozent/Art/Credits Frank Gounelas – Proseminar – ??

Präsenz/Online online / hybrid?

Requirements/exam Präsentation

Sprache Deutsch/English

Time slot TBD

Target group Bachelor and Master students mathematics, physics, computer science

Prerequisites Lineare Algebra und elementare Gruppentheorie - z.B. wie in “Algebra 1”.

Vorbesprechung TBD

Description

Die Darstellungstheorie ist im Kern die Untersuchung von Gruppen über ihren linearen Aktionen auf verschiedenen Vektorräumen, d.h. in Form von Matrizen. Zum Beispiel möchte man verstehen und klassifizieren, wie eine endliche Gruppe G (linear) auf einem Vektorraum V wirkt, indem man das Bild des induzierten Homomorphismus $G \rightarrow GL(V)$ betrachtet: Formal ist eine Darstellung einer Gruppe G über einem Körper k ein Paar (V, ρ) , wobei V ein k -Vektorraum und ρ ein Homomorphismus $G \rightarrow GL(V)$ ist.

Die Klassifikation der Darstellungen einer endlichen Gruppe G ist besonders gut verstanden und wird eines der Hauptziele dieses Seminars sein. Wir werden auch versuchen die Verbindung zwischen Quiver-Darstellungen, Dynkin-Diagrammen und semisimplen Lie-Algebren zu verstehen.

The proseminar talks can also be held in english, so if you feel comfortable listening to talks in German but would rather give yours in English, by all means attend!

Lernziele:

1. Weitere Analyse von endlichen Gruppen.
2. Darstellungstheorie von endlichen Gruppen.
3. Charaktertabellen und explizite Berechnungen.
4. Quiver-Darstellungen, Root-Systeme, Dynkin-Diagramme.

Plan:

Wir werden hauptsächlich das Buch von Etingof et al [1] lesen, gelegentlich ergänzend aus [3, 2, 4]. Da es viele schöne (und wichtige) Aufgaben im [1] gibt, werde ich jede Woche zwei Aufgaben stellen, die idealerweise von allen Teilnehmern gelöst werden, die aber vom Vortragenden vorgestellt werden.

Literatur

- [1] Pavel Etingof et al, Introduction to representation theory. With historical interludes by Slava Gerovitch. Student Mathematical Library, 59. American Mathematical Society, Providence, RI, 2011. viii+228 pp.
- [2] Jean-Pierre Serre, Linear representations of finite groups. Translated from the second French edition by Leonard L. Scott. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 42. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977. x+170 pp.
- [3] James Humphreys, Introduction to Lie algebras and representation theory. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 9. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1972. xii+169 pp.
- [4] William Fulton and Joe Harris, Representation theory. A first course. Graduate Texts in Mathematics, 129. Readings in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 1991. xvi+551 pp.

22 Seminar: Mathematisches Modellieren in Populations- und epidemiologischen Kontexten (Lehramt)

Dozent/Art/Credits: Sebastian Bauer und Ralf Meyer – Seminar – 3C

Präsenz/Online: Präsenz

Zielgruppe: Studierende im Masterstudiengang Lehramt Mathematik

Voraussetzungen Die Fachvorlesungen im 2-Fach-Bachelor-Studiengang, günstig: Differentialgleichungen

Anrechenbarkeit: M-Mat.0045 Seminar zum Forschenden Lernen im Master of Ed.

Prüfungsleistung: Vortrag und Ausarbeitung

Zeit: Donnerstag, 14:15 -15:45

Vorbesprechung 02.03.22 um 15:30 Uhr im Maximum und online unter <https://meet.gwdg.de/b/baur7h-4kf>

22.1 Beschreibung

Die Mathematische Modellierung von Populationsentwicklungen und Epidemien ist z.B. schon wegen der aktuellen COVID-Pandemie von großem Interesse für den Schulunterricht. Sie ist aber auch ein gutes Beispiel für Mathematische Modellierung allgemein, das heißt, für die Anwendung von Mathematik auf die Wirklichkeit. Einige der nötigen mathematischen Techniken sind so gut zugänglich, dass man sie eventuell auch mit Schüler*innen besprechen kann. Neben Differenzial- und Integralrechnung benötigen wir für die komplexeren Modelle auch etwas Stabilitätsanalyse und die Berechnung von Eigenwerten von Matrizen. Das Grundproblem der Mathematischen Modellierung ist, dass die Wirklichkeit zu komplex ist. Ein exaktes mathematisches Modell ist daher sowieso unmöglich. Je genauer ein mathematisches Modell die Wirklichkeit abbildet, desto mehr Parameter muss es haben. Diese müssen wir alle schätzen, was praktisch unmöglich ist und das Modell so flexibel macht, dass es kaum noch allgemein gültige Aussagen über die Wirklichkeit macht: Je genauer ein Modell, desto weniger lernen wir in der Regel daraus. Ein gutes Mathematisches Modell enthält genau das, was für die Frage, um die es geht, wichtig ist – und sonst nichts. Wir werden verschiedene Modelle kennenlernen, die jeweils verschiedene Fragen beantworten. Unter den Modellen sind natürlich die Klassiker, exponentielles und logistisches Wachstum, Räuber-Beute, Konkurrenz- und Symbiose-Modelle, sowie epidemiologische Modell wie das SIR-Modell und Varianten davon.

22.2 Vortrag und Ausarbeitung

In diesem Seminar werden nicht Einzelvorträge an einzelne Studierende, sondern umfassendere Themenbereiche an eine Gruppe von Studierenden vergeben, die gemeinsam bearbeitet und vorgetragen werden sollen.

Für die Ausarbeitung soll individuell ein Zeitabschnitt der SARS-CoV-2 Epidemie in Deutschland modelliert, die Parameter aus den Daten des RKI geschätzt und eine Güteeinschätzung des Modells vorgenommen werden. Alternativ kann auch eine Situation aus der Populationsentwicklung betrachtet werden, wenn ein geeigneter Datensatz gefunden wird.

22.3 Themen

- Populationsmodelle für eine Art (ca. 3 Sitzungen): Hier werden die Grundmodelle des exponentiellen und logistischen Wachstums betrachtet. Hinzu kommen Effekte wie Bejagung und Fressfeinde, die mathematisch zu ersten Bifurkationsphänomenen führen können. Hinzukommen Mechanismen, die erst mit zeitlicher Verzögerung wirken und mathematisch zu Differentialgleichungen mit delay führen.

Literatur: [1], Kapitel 5, [2], Kapitel 1 und 3

- Populationsmodelle für Arten mit Wechselwirkung (ca. 3 Sitzungen): Räuber-Beute-, Konkurrenz und Symbiosemodelle, Phasenportraitanalyse, Linearisierung, stabile und instabile stationäre Punkte, Grenzzyklen.

Literatur: [1], Kapitel 6, [2], Kapitel 4–6

- Epidemien und Endemien (ca 4 Sitzungen): Grundmodelle für Epidemien und Endemien, Erweiterungen durch Virusvarianten, Kontaktbeschränkungen, Test-Trace-Isolate Strategien, Impfung und Verlust der Immunität
- Modelle und Daten (ca. 2 Sitzungen): Anpassung von Parametern an Daten: Least-squares, Modellierung der gemessenen Daten, Fehlerabschätzung für die gemessenen Daten, χ^2 -Anpassungstest

22.4 Bemerkung

Aufbauend auf diesem Seminar ist für das Wintersemester ein Seminar im Wahlflichtbereich geplant, in dem Lernumgebungen zum Mathematischen Modellieren für die Schule konstruiert und erprobt werden sollen.

Literatur

- [1] Bauer, S. (2021). Mathematisches Modellieren: als fachlicher Hintergrund für die Sekundarstufe I +II. Springer.

- [2] Castillo-Chavez, C., Brauer, F. (2013). Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology. Springer.

Weitere Literatur wird in der Vorbesprechung bekannt gegeben.

23 Seminar: Large scale geometry

Dozent/Art/Credits: Christopher Wulff – Seminar – 3C

Präsenz/Online: hopefully on site

time slot: Presumably Tuesdays 10-12 AM. Please let me know if this time doesn't work out. It is not too late to change it.

target group/language: Bachelor and Master students mathematics

prerequisites: The basic lectures should be sufficient to understand most of the talks.

Preliminary meeting: None. Send me an email if you are interested in participating: christopher.wulff@mathematik.uni-goettingen.de.

Full announcement with plan of talks:

https://www.uni-math.gwdg.de/cwulff/SeminarLargeScaleGeometry_SS22.pdf

We will study some important modern notions from large scale geometry of spaces and groups and how they are related to each other. These include: asymptotic dimension, amenability, property A and coarse embeddability into Hilbert space.

The seminar is an ideal complement to last semester's seminar on geometric group theory, but we restart from scratch and therefore it is also accessible for new participants.

Literatur

[1] Piotr W. Nowak and Guoliang Yu, *Large Scale Geometry*, EMS 2012.

24 Seminar: Algebraic and combinatorial structures in knot theory

Dozent/Art/Credits: Neslihan Gügümcü – Seminar – 3C

Präsenz/Online: on site

time slot: Not yet determined. preferred Thursday 8-10 or 10-12

target group/language: Bachelor and Master students mathematics

prerequisites: Linear Algebra, Algebra

Preliminary meeting: April 11, 2022 @10 AM online

Topology is a field of mathematics that studies geometrical objects by considering them made of rubber and thus instead of rigid measurements such as area, volume or angle, measurements subject to the rubber soul are the tools of topology. Topology roots back in the studies of the 19th century scientists such as Gauss, Tait, Ampere, Thomson. Gauss tried to understand earth's magnetic potential via linked curves in space, Thomson suggested that atoms were knotted vortices in aether. These studies aroused a great mathematical interest in nicely shaped curves in space so called knots and with the developments in topology in the beginning of the 20th century, the study of knots became a mathematical theory on its own. Knot theory is still one of the active areas in mathematics with many striking applications in biology (studies in DNA structure and enzymology), physics (quantum physics, Chern-Simons theory, Gauge theory), and chemistry (in molecule structure, synthesizing molecules). In this course, we will construct the fundamentals of knot theory, learn about mathematical tools for classifying knots, investigate the physical aspects of the theory and will discuss basic notions of algebraic topology and low-dimensional topology like homotopy, surfaces, 3-manifolds, and such.

Outline of the course: (subject to minor changes)

1. Fundamentals of Knot Theory; equivalent definitions of a knot/link, homotopy, ambient isotopy, Reidemeister Theorem, Basic knot invariants, crossing number, stick number, bridge number
2. Quandles, Biquandles
3. Braids
4. Braid group representations
5. Jones polynomial
6. Kauffman bracket
7. Alexander polynomial

8. Quantum models for knot polynomials
9. Khovanov homology (may cover 2 weeks)
10. Jones polynomial vs. Tutte polynomial

Literatur

- [1] Knots and Physics, Louis Kauffman
- [2] Knot Theory, Charles Livingston
- [3] Knots and Surfaces, N.D. Gilbert & T. Porter
- [4] Knots and Links, D. Rolfsen

25 Oberseminare

- Oberseminar topology/geometry – Schick –

This seminar is mainly an opportunity for students working towards a Bachelor's or Master's thesis or dissertation in our group to speak about their results or articles that they are reading right now. An important part will also be played by guests we plan to invite.

- Oberseminar on non-commutative geometry – Meyer –

This seminar is mainly an opportunity for students writing a Bachelor's or Master's thesis or dissertation under my supervision to speak about their results or articles that they are reading right now.

- Oberseminar on analytic number theory – Bruedern, Schindler –

- Oberseminar on algebraic geometry – Gounelas – This seminar is mainly an opportunity for students writing a Bachelor's or Master's thesis or dissertation under my supervision to speak about their results or articles that they are reading right now.

- Oberseminar on analysis of partial differential equations – Witt –

We will continue to study wave propagation on curved spacetimes. We are particularly interested in the behavior of waves at spatial or temporal infinity. The ultimate goal is to read (and understand) the article “Stability of Minkowski space and polyhomogeneity of the metric” by Peter Hintz and Andras Vasy, *Annals of PDE*, 6 (2020). To prepare the reading of this article, we will first discuss the following topics:

1. Linear waves on curved spacetimes, radiation fields,
2. Differential-geometric background of general relativity,
3. Singular analysis à la Melrose, compactifications, blow-ups,

the material for this taken from various sources. (Please contact me if you are interested in further details.)

- Oberseminar – Stuhler, Wiedmann – (Do. 12-14) Subject of this seminar will be vector bundles on higher dimensional algebraic manifolds. In particular we would like to improve our acquaintance with the so called Horrocks-Mumford bundle and its variants. Further topics are moduli spaces and reflexiv sheaves. (Time given above might be changed)

26 Mathematische Gesellschaft und weitere Termine

- Mathematische Gesellschaft; Do. 16.15 – 17.15; <https://www.uni-goettingen.de/de/207450.html>

- Seminar/Kolloquium of the RTG "Fourier Analysis and Spectral Theory", Do. 16:15-17:15 im Wechsel mit Mathematische Gesellschaft
- Workshop "Foliations, pseudodifferential operators and groupoids", Winter school of the RTG 2491, more information can be found at: <https://www.uni-goettingen.de/rtg2491/school>, Februaray 28 - March 04, hybrid. Please contact the organizers for any questions.
- Nacht des Wissens; Sa. 09.07.