

# Vorlesungskommentar – Sommersemester 23 – Wird ständig aktualisiert

Mathematisches Institut der Georg-August-Universität Göttingen

12.04.2023

## Einleitung

Der Kommentar gibt einen Überblick über die Veranstaltungen des Mathematischen Instituts im Sommersemester 2023. Änderungen sind noch möglich und werden zeitnah eingepflegt. Bitte im Zweifelsfall die Daten aus **Stud.IP**, **Exa** und den ganzen Ordnungen (<https://www.math.uni-goettingen.de/service/ordnungen.html>) beachten oder auch einfach beim entsprechenden Lehrpersonal nachfragen.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Grundvorlesungen</b>	<b>3</b>
1.1	Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung II . . . . .	3
1.2	Vorlesung: Analytische Geometrie und Lineare Algebra II . . . . .	4
1.3	Vorlesung: Methoden der Analysis (für Lehramt) . . . . .	5
1.4	Vorlesung: Geometrie (für Lehramt) . . . . .	6
1.5	Vorlesung: Mathematik für Studierende der Physik II (MaPhy II) . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Vorlesungen ab dem zweiten Studienjahr</b>	<b>8</b>
2.1	Vorlesung: Moderne Geometrie . . . . .	8
2.2	Vorlesung: Funktionentheorie . . . . .	9
2.3	Vorlesung: Diskrete Mathematik (Mathematical Data Science) . . . . .	10
2.4	Vorlesung: Zahlen und Zahlentheorie . . . . .	12
2.5	Vorlesung: Einführung in die Mathematikdidaktik . . . . .	14
2.6	Lecture course: Topology II (Z2 SP1) . . . . .	16
2.7	Lecture course: Analytic Number Theory II (Z2 SP2) . . . . .	17
2.8	Lecture course: Geometric Logic II . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Seminare</b>	<b>20</b>
3.1	Seminar: Naive Lie-Theorie – Nur für Lehramt . . . . .	20
3.2	Seminar: Rational points and anomalous intersections . . . . .	21

3.3	Seminar: Semilinear Elliptic Boundary Problems . . . . .	22
3.4	Seminar on Counterexamples in Topology . . . . .	23
3.5	Seminar on Topological K-theory . . . . .	24
3.6	Seminar on (complex) algebraic geometry . . . . .	25
3.7	Seminar: Topics in algebraic geometry . . . . .	26
3.8	Number Theory working seminar . . . . .	27
3.9	Proseminar Kombinatorik . . . . .	28
3.10	Seminar on Hyperbolic Groups . . . . .	29
3.11	Seminar on Problem Solving and more . . . . .	30
3.12	Seminar on <i>Computational Number Theory</i> . . . . .	31
3.13	Seminar zur Didaktik der analytischen Geometrie, linearen Algebra und Stochastik (Sek-II) . . . . .	33
<b>4</b>	<b>Veranstaltungen außerhalb der Vorlesungszeit</b>	<b>34</b>
4.1	Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung I im Sommerstudium . . . . .	34
4.2	Blockkurs: Einführung in L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X und praktische Anwendungen . . . . .	35
4.3	Repetitorien: Diff II, Agla II, MaPhy II . . . . .	35
4.4	Propädeutika . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Oberseminare – Advanced Seminars</b>	<b>36</b>
<b>6</b>	<b>Mathematische Gesellschaft und weitere Termine</b>	<b>36</b>

# 1 Grundvorlesungen

## 1.1 Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung II

**Dozent/Art/Credits:** Ingo Witt – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Assistenz:** Christian Jäh

**Vorlesungen:** Mo, Do, 10-12, Präsenz, Maximum

**Übungen:** Mittwoch, 8-10, 10-12, 12-14

**Zusätzlich:** Saalübung Di. 8-10 und Tutorium Mi. 14-18

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Zielgruppe/Sprache:** Zweites Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Diff I, AGLA I

### Beschreibung

In dieser zweiten Vorlesung zur Differenzial- und Integralrechnung werden wir folgende Themen behandeln:

1. Topologische Räume,
2. Metrische Räume,
3. Differenzialrechnung in mehreren Veränderlichen: Taylorformel, Extremwertbestimmung, Satz über die implizite Funktion, krummlinige Koordinaten,
4. Maß- und Integrationstheorie: Maßräume, abstrakter Integralbegriff, grundlegende Sätze,
5. Das Lebesgue-Integral: Eigenschaften, Integration über Untermannigfaltigkeiten, Satz von Gauß,
6. Gewöhnliche Differenzialgleichungen: Lokaler Existenz- und Eindeutigkeitssatz, lineare Differenzialgleichungen, Lösungsmethoden.

### Literatur

- O. Forster: Analysis 2 & 3
- K. Königsberger: Analysis 1 & 2
- I. Witt: Skript zur Diff II

## **1.2 Vorlesung: Analytische Geometrie und Lineare Algebra II**

**Dozent/Art/Credits:** Victor Pidstrygach – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Assistenz:** Marcel Bigorajski

**Vorlesungen:** Di, Fr, 10-12, Präsenz, Maximum

**Übungen:** Do, 16-18, Fr, 8-10, 12-14

**Zusätzlich:** Saalübung Do 8-10 und Tutorium Fr 14-18.

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Zielgruppe/Sprache:** Zweites Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Agla I

**Beschreibung**

**Literatur**

### **1.3 Vorlesung: Methoden der Analysis (für Lehramt)**

**Dozent/Art/Credits:** Jörg Brüderl – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Assistenz:** Rok Havlas

**Vorlesungen:** Mo, Do, 10-12, Präsenz

**Übungen:** Mi, 8-10, 10-12

**Zusätzlich:** Saalübung Di 8-10 und Tutorium Di 13-17

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Zielgruppe/Sprache:** Lehramt ab zweites Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Diff I

#### **Beschreibung**

Die Vorlesung setzt die Vorlesung Diff I fort. Wir behandeln die Differential- und Integralrechnung im  $\mathbb{R}^n$ , Untermannigfaltigkeiten des  $\mathbb{R}^n$ , die klassischen Integralsätze und streifen gewöhnliche Differentialgleichungen.

#### **Literatur**

Wird noch bekannt gegeben.

## 1.4 Vorlesung: Geometrie (für Lehramt)

**Dozent/Art/Credits:** Federico Vigolo – Vorlesung mit Übung – 6 C

**Assistenz:** Christopher Wulff

**Vorlesungen:** Di, 10-12, HS 1, Präsenz

**Übungen:** Do, 14-16, Fr. 8-10

**Zusätzlich:** Saalübung Do, 8-10 und Tutorium Fr, 10-12.

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Zielgruppe/Sprache:** Lehramt ab zweites Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** AGLA I.

### Beschreibung

Die Vorlesung setzt die Vorlesung AGLA I fort. Wir behandeln affine Geometrie in Ebene und Raum, Kegelschnitte, quadratische Formen und Bilinearformen. Ebenfalls untersuchen wir Untergruppen der Matrixgruppe  $GL(n)$ , insbesondere orthogonale und unitäre Gruppe. Im letzten Teil der Vorlesung betrachten wir die Geometrie des projektiven Raumes. Hergestellt wird jeweils der Bezug zur Schulmathematik durch Aufgaben aus Schulbüchern. Außerdem visualisieren wir Sachverhalte durch den Einsatz des Programms *Geogebra*.

### Literatur

Skript Prof. Stuhler aus Vorlesung 2019

## 1.5 Vorlesung: Mathematik für Studierende der Physik II (MaPhy II)

**Dozent/Art/Credits:** Ralf Meyer – Vorlesung mit Übung – 12 C

**Assistenz:** Jonathan Taylor

**Vorlesungen:** Mo, Mi, Fr 10-12, Präsenz, HS 1 der Physik

**Übungen:** Fr. 14-16, 16-18, 18-20

**Zusätzlich:** Saalübung Di 12-14

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Zielgruppe/Sprache:** Physik ab zweites Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** MaPhy I

### Beschreibung

In dieser Vorlesung behandeln wir zunächst weitere Themen aus der linearen Algebra, insbesondere Eigenwerttheorie, Determinanten und etwas Gruppentheorie. Dann behandeln wir Analysis in mehreren Variablen, insbesondere partielle und totale Differenzierbarkeit, Integrale, Wegintegrale, Potenziale, Untermannigfaltigkeiten und Integrale über Untermannigfaltigkeiten. Auch Integralsätze sollten besprochen werden, wobei ich nicht sicher bin, ob die Zeit reichen wird, hier sehr allgemeine Sätze zu behandeln.

### Literatur

Ich plane, wieder ähnlich vorzugehen wie in meiner MaPhy2 aus dem Sommersemester 2021. Es gibt zu dieser Vorlesung Aufzeichnungen und auch die handschriftlichen Notizen meiner Vorlesung. Dies können Sie gerne zur Vorlesungsvor- und -nachbereitung verwenden.

## 2 Vorlesungen ab dem zweiten Studienjahr

### 2.1 Vorlesung: Moderne Geometrie

**Dozent/Art/Credits:** Chengchang Zhu – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Assistenz:** Miquel Cueca Ten

**Vorlesungen:** Di, Fr, 14-16, Präsenz, Maximum

**Übungen:** Do, 16-18

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Zielgruppe/Sprache:** Studierende der Mathematik und Physik, ab 4. Semester – Deutsch,  
eine der Übungen auf Englisch

**Vorkenntnisse:** Algebra

**Beschreibung**

**Literatur**

## 2.2 Vorlesung: Funktionentheorie

**Dozent/Art/Credits:** Frank Gounelas – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Assistenz:** Jonas Baltes

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Vorlesungen:** Di, Fr, 12-14, Präsenz, Maximum

**Übungen:** Mi, 8-10, 10-12, 12-14

**Zielgruppe:** Mathematik- und Physik-Studierende ab 4. Semester

**Sprache:** Deutsch

**Vorkenntnisse:** Grundvorlesungen

### Beschreibung

Die Funktionentheorie beschäftigt sich mit Differenzial- und Integralrechnung über den komplexen Zahlen. Obwohl die Definitionen fast identisch sind, ist komplexe Differenzierbarkeit eine sehr viel stärkere Eigenschaft als reelle Differenzierbarkeit, und so ist die Theorie der holomorphen (= komplex differenzierbaren) Funktionen überraschend verschieden von der reellen Analysis.

Die Funktionentheorie bildet selbst ein wichtiges Teilgebiet der Mathematik, kommt aber auch in zahlreichen anderen Gebieten zur Anwendung: Zum Beispiel ist sie ein zentrales Werkzeug für die analytische Zahlentheorie (z.B. Riemann'sche Zetafunktion) und liefert wichtige Rechenmethoden in der Physik (z.B. den Residuensatz).

Unter anderem werden folgende Themen behandelt:

- Holomorphie und die Cauchy-Riemann-Gleichungen
- komplexe Wegintegrale (die nicht vom Weg abhängen!)
- Potenzreihen und Laurentreihen
- Cauchy'sche Integralformel und Residuensatz
- Möbius-Transformationen und konforme Abbildungen
- und vieles mehr

### Literatur

- Remmert & Schumacher: Funktionentheorie 1
- Freitag & Busam: Funktionentheorie 1
- Lang: Complex Analysis

## 2.3 Vorlesung: Diskrete Mathematik (Mathematical Data Science)

**Dozent/Art/Credits:** Preda Mihăilescu – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Assistenz:** Anton Fenker

**Vorlesungen:** Mo, Do, 16-18, HS 1

**Übungen:** Di, 14-16

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Zielgruppe/Sprache:** Ab viertem Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Grundvorlesungen, etwas elementare Zahlentheorie

### Beschreibung

Die Vorlesung ist Teil des Bachelor-Programms „Mathematical Data Science“. Es ist eine Gelegenheit Kombinatorik, Zahlentheorie, Graphentheorie usw. einzuführen. Es wird ein starker Akzent auf Algorithmik gesetzt, mit Focus auf Computer Algebra und zahlentheoretischen Algorithmen die in der Kryptographie und Codierungstheorie relevant sind. Die Übungen werden durch Programmieraufgaben – vermutlich in Python – unterstützt.

### Description

Es werden Themen aus der folgenden Richtungen angeschnitten.

A. Induktion, Rekursion und Erzeugende Funktionen. Arithmetische Funktionen.

B. **Elementare Arithmetik und Symbolisches Rechnen.**

1. Elementare Konvolutionen, Langzahlarithmetik mit Karatsuba-Offman
2. Modulare Arithmetic, Montgomery Algorithmus für Exponentiation und Sieveking-Kung für polynomiale modulare Exponentiation.
3. Euclid algorithmus, Kettenbrüche und Padé approximation.
4. Schnelle multiple polynom – Evaluation and –Interpolation, schneller CRT.

B. **Fortgeschrittene Arithmetik.**

1. Fast Fourier im Komplexen und in endlichen Ringen, Anwendungen. Schönhage - Strassen Algorithmus.
2. Polynomiale Factorisierung: Berlekamp. Anwendung zur Faktorisierung in  $\mathbb{Z}[X]$ . Irreduzible Polynome über  $\mathbb{F}_q[X]$ .
3. Gitter, kurze Vektoren und der LLL Algorithmus.

### C. Primalität

1. Lucas-Lehmer Tests, bedingt-deterministische Tests.
2. Probabilistische Tests: Solovay-Strassen and Rabin-Miller et.al.
3. Allgemeine deterministische oder Las Vegas tests: EECP und Cyclotomy tests, AKS.

### D. Glatte Zahlen und subexponentiale Algorithmen

1. Die Theoreme von Dickson and Canfield, Erdős and Pomerance.
2. Quadratisches Sieb.
3. Discrete Logarithmen.

- E. Eigenrecherche, moderierte Diskussion und Essayabgabe zum Thema: "KI – Versprechungen, Gefahren, Vorsichtsgebote".

## Literatur

- R. Crandall and C. Pomerance : *Prime Numbers. A computational Perspective* 2nd Edition, Springer 2005,
- J. vz Gathen and J. Gerhard: *Modern Computer Algebra*, Cambridge, 2000.
- V. Shoup: *A computationan introduction to Number theory and Algebra*
- Concrete Mathematics (Graham, Knuth, Patashnik)
- Discrete Mathematics (Rosen)

## 2.4 Vorlesung: Zahlen und Zahlentheorie

**Dozent/Art/Credits:** Harald Helfgott – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Assistenz:** Christian Bernert

**Vorlesungen:** Mo, Do, 8-10, Präsenz, Max

**Übungen:** Do, 10-12, 12-14, 14-16

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Zielgruppe/Sprache:** Ab viertem Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Grundvorlesungen

### Beschreibung

Wir werden unter anderem die folgenden Themen behandeln:

- Primfaktorzerlegung
- Euklidischer Algorithmus
- Kongruenzen, chinesischer Restsatz
- Restklassenringe, Primitivwurzeln
- Polynomiale Gleichungen mod  $p$
- Quadratreste und quadratische Reziprozität
- Quadratische Formen
- Dirichletsche Reihen
- Arithmetische Funktionen und deren Mittelwerte
- Analytische Klassenzahlformeln
- Gaußsche Summen
- Dirichlets Primzahlsatz
- Satz von Minkowski
- Satz von Hasse-Minkowski

## Literatur

- H. E. Rose, A course in number theory, Oxford
- H. Davenport, The Higher Arithmetic: An Introduction to the Theory of Numbers, Cambridge
- Ireland and Rosen, A Classical Introduction to Modern Number Theory, Springer
- I. M. Vinogradov, Elements of Number Theory, Dover

## 2.5 Vorlesung: Einführung in die Mathematikdidaktik

**Dozent/Art/Credits:** Stefan Halverscheid – Vorlesung mit Übung – 6 C

**Assistenz:** Andreas Wagenblast

**Vorlesungen:** Do 8-10, Präsenz, HS 1

**Zusätzlich:** Übungen (voraussichtlich 2 Gruppen)

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und zweimaliges Vorrechnen / Klausur

**Zielgruppe/Sprache:** 4.-6. Semester Lehramt – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Empfohlen AGLA I, Diff I, Geometrie, Diff II, Stochastik, Pädagogische Psychologie

### Beschreibung

Diese Veranstaltung gibt eine Einführung in das Lehren und Lernen von Mathematik. Viele Inhalte werden wir exemplarisch für den Bereich der Geometrie erarbeiten.

Die folgenden Frage- und Problemstellungen werden in 13 Kapiteln betrachtet:

1. Was bedeutet "Lernen" von Mathematik?
2. Konstruktivistische Ansätze und Mathematikunterricht
3. Mit curricularen Vorgaben Unterrichtseinheiten gestalten
4. Piagets Äquilibrationstheorie und seine Stadienstheorie zur kognitiven Entwicklung
5. Raumvorstellung – Kann man das trainieren?
6. Differenzierung bei mathematischen Begriffen – warum ein einziger Zugang für alle bei komplexen Begriffen aussichtslos ist
7. Argumentieren, Problemlösen und Beweisen als Grunderfahrung im Mathematikunterricht
8. Inner- und außermathematisches Problemlösen, mathematisches Modellieren als Grunderfahrung im Mathematikunterricht
9. Wie findet man einen roten Faden im Verlauf von Arithmetik – Bruchrechnung – Algebra?
10. Algebraisches und funktionales Denken: Was ist wichtig auf dem langen Weg von Jahrgangsstufe 7 bis Jahrgangsstufe 10?

11. Lernkurven – wie kann man als Lehrkraft auf die Heterogenität auf dem langen Weg in Arithmetik, Algebra und funktionalem Denken reagieren?
12. Die Integration von dynamischer Geometriesoftware beim Lehren und Lernen von Geometrie
13. Was bewirkt Materialunterstützung im Sinne der „Sammlung mathematischer Modelle und Instrumente“ für das Lehren und Lernen von Mathematik?

Einen Wissensaufbau im Sinne des lokalen Ordners erarbeiten wir zur elementaren Geometrie in der Ebene. Dabei wird aufbauend auf den „großen Drei“, nämlich Umfangswinkelsatz, Satzgruppe des Pythagoras und Ähnlichkeit, die Reichhaltigkeit der schulrelevanten elementaren Geometrie erlebt. Schließlich werden wir kleine Einblicke in forschungsbezogene Herangehensweisen bekommen, etwa um Bearbeitungen von Lernenden zu interpretieren, unterschiedliche Forschungsdesigns zu vergleichen oder Schulvergleichsstudien mit Aussagen zum Fach Mathematik kritisch zu lesen.

Unsere Veranstaltung knüpft an ausgewählte Inhalte der Vorlesung des Moduls B.BW.010 „Einführung in die Pädagogische Psychologie: Lehren und Lernen“ ebenso an wie an Inhalte für statistische Methoden der Vorlesung „Schulbezogene Grundlagen der Stochastik“ wie sie im Musterstudienplan vorgesehen sind. Wir werden jeweils auf die Stellen in diesen Veranstaltungen verweisen, sodass diese gut vorzubereiten sind, sollten die Module noch nicht absolviert worden sein.

### **Ablauf:**

Die Vorlesung enthält Elemente der Methode des Inverted classroom. Zur Vorbereitung der Vorlesung wird ein Lernmodul mit verschiedenen Lernaktivitäten bereitgestellt. Hierzu zählen neben klassischen Vorlesungsabschnitten zum Beispiel auch eigenständige Aufgabenbearbeitungen, das Lesen von weiterführenden Texten und wissenschaftlichen Veröffentlichungen oder das Schauen anderer Lehrmaterialien. Für den elementargeometrischen Teil wird es ein Skript zur Selbstbearbeitung geben. Die Beschäftigung mit dem Lernmodul beinhaltet also neben der Vorlesung auch die Vor- und Nachbereitung. Die Vorlesungszeit selber wird verstärkt diskursiv gestaltet sein.

### **Literatur**

In der Stud.IP-Veranstaltung wird Literatur zu den jeweiligen Themen zur Verfügung gestellt.

## **2.6 Lecture course: Topology II (Z2 SP1)**

**Lecturer:** Thomas Schick

**Assistant:** Rosa Marchesini

**Lectures:** Di, Fr, 12-14 HS 1

**Exercise sessions:** Mo, 12-14, 14-16

**Language:** English

**Audience:** Students

**Exam requirements:** At least 50% in the homework, TBA

**Prerequisites:** Topology I

**Language:** English.

**Description**

**References**

## 2.7 Lecture course: Analytic Number Theory II (Z2 SP2)

**Lecturer:** Damaris Schindler

**Assistant:** Leonhard Hochfilzer

**Lectures:** Di, Fr, 14-16, HS 1

**Prerequisites:** ANT I

**Exercise sessions:** Mo, 14-16

**Language:** English

**Audience:** Students

**Exam requirements:** At least 50% in the homework, TBA

### Description

This is a continuation of the first part of this cycle in analytic number theory and rational points on varieties. Our focus for this semester will be the use of Fourier analytic methods in the study of Diophantine equations, and in particular the Hardy-Littlewood circle method. More detailed information is going to follow in StudIP.

### References

see StudIP. If you already want to get an impression on topics we cover in the course, here two classical referneces:

R. C. Vaughan, The Hardy-Littlewood method, (Cambridge Tracts in Mathematics, Series Number 125) 2nd Edition

H. Davenport, Analytic Methods for Diophantine Equations and Diophantine Inequalities, Cambridge Math Library, Cambridge University Press, 2005.

## 2.8 Lecture course: Geometric Logic II

**Lecturer:** Ulrich Stuhler

**Lectures:** Do, 12-14, TBA

**Prerequisites:** Logic I

**Language:** English

**Audience:** Advanced Students

**Exam requirements:** TBA

### Beschreibung

Dies ist natürlich die Fortsetzung von Geometric Logic I aus dem WS 2022/2023. Die angesprochenen Themen sollen weitergeführt werden. Insbesondere wird es zu einem Teil um Nichtstandardmodelle der natürlichen Zahlen gehen, etwa um Resultate über die Selbstähnlichkeit solcher Modelle. Hierher gehören etwa die Sätze von Specker und H.Friedman, aber auch die einschlägigen Methoden beim Beweis der Gödelschen Unvollständigkeitsresultate (Gödelisierung von Sprachen erster Stufe). Daneben sollen aber die in Teil 1 der Vorlesung angesprochenen Themen aus der Theorie der Topoi verfolgt werden, wobei ich weiter das Buch von MacLane und Moerdijk (siehe unten Literatur) ausbeuten werde.

Zur Bequemlichkeit und besseren Orientierung folgt unten die Beschreibung von Teil I der Vorlesung aus dem Kommentar zum WS 2022/2023.

Gegeben wird eine Einführung in die Mathematische Logik, also insbesondere (logische) Sprachen und Theorien erster Stufe, Prädikatenlogik, Modelle, die Gödelschen Sätze (Vollständigkeitssatz und Nichtstandardmodelle sowie einige Unvollständigkeitsresultate). Wichtige Beispiele sind Zahlentheorie und Mengenlehre, formuliert als Theorien erster Stufe. Parallel dazu wird die Theorie der sog. Topoi vorgestellt, die man etwa als variable Mengenlehre (über einem topologischen Raum) ansehen kann. Sie erlaubt einen sehr funktoriellen Zugang zu sog. intuitionistischen Logiken und liefert darüber hinaus ein großes Reservoir an natürlichen Beispielen. Eine besondere Anwendung ist hier außerdem ein durchsichtiger Zugang zum Beweis der Unabhängigkeit der Cantorsche Kontinuumshypothese von den Axiomen der Mengenlehre

### Literatur

Für die Theorie der Topoi ist die Standardreferenz: S.MacLane, Ieke Moerdijk: Sheaves in Geometry and Logic.(Springer, 1992).

Genannt sei auch Jacob Lurie: Categorical Logic. Vorlesung, Harvard University 2018.(auf J.Luries homepage)

Als Literatur zur Logik: W.Rautenberger: Einführung in die Mathematische Logik (Vieweg 2002)(englische Übersetzung existiert)

sowie etwa Yu.I.Manin: A Course in Mathematical Logic, 2.te Auflage (Springer 2012).  
Zur Peano Arithmetik: Richard Kaye: Models of Peano arithmetic, Oxford Logic Guides,  
vol.15,Oxford 1991.

## 3 Seminare

### 3.1 Seminar: Naive Lie-Theorie – Nur für Lehramt

**Dozenten:** Arne Hofmann / Stefan Wiedmann / Stefan Halverscheid

**Zeit:** Mo, 14-16 Uhr. Raum TBA.

**Sprache:** Deutsch

**Zielgruppe:** Lehramt ab 3. Semester

**Voraussetzungen:** Diff I/II, Agla I, Agla II oder Geometrie

**Vorbesprechung:** Montag, 17.4. um 14.15 im Minium – Nach der Vorbesprechung findet ein Einführungsvortrag statt.

#### Beschreibung

Das Seminar gibt einen Einstieg in die Theorie der sogenannten Lie-Gruppen. Hier als prominente Vertreter die schon in den oben genannten Vorlesungen betrachteten orthogonalen und unitären Gruppen, die wir im Seminar genauer untersuchen wollen. Als Grundlage dient das Buch *Naive Lie Theory* von John Stillwell, das einen sehr elementaren Einstieg in dieses aus der modernen Mathematik nicht wegzudenkende Thema gibt.

Bei weiteren Fragen bitte gerne an uns wenden:

Arne Hofmann: [arne.hofmann@mathematik.uni-goettingen.de](mailto:arne.hofmann@mathematik.uni-goettingen.de)

Stefan Wiedmann: [wiedmann@uni-math.gwdg.de](mailto:wiedmann@uni-math.gwdg.de)

#### References

John Stillwell, *Naive Lie Theory*, Springer 2008.

## 3.2 Seminar: Rational points and anomalous intersections

**Lecturer:** Evelina Viada

**Lectures:** Mo, 16-18, TBA

**Prerequisites:** Basic algebraic geometry, elliptic curves, number theory.

**Language:** English

**Audience:** Students

**Exam requirements:** Give a talk

### Description

We will discuss some methods of diophantine approximations that can be used to find the rational points on some curves.

### References

- M. Hindry and J. Silverman, *Diophantine Geometry an introduction*, Springer-Verlag, New York 2000
- J. H. Silverman: *The Arithmetic of Elliptic Curves*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, (1985).
- E. Viada, Explicit height bounds and the effective Mordell-Lang Conjecture, Proceedings of the “Third Italian Number Theory Meeting” Pisa, 21–24 September 2015, on the *Rivista di Matematica della Universita di Parma*, Vol. 7, No. 1, 2016

### 3.3 Seminar: Semilinear Elliptic Boundary Problems

**Instructor:** Ingo Witt

**Sessions:** Wednesdays, 10:15–11:55 a.m., Sitzungszimmer

**Prerequisites:** Diff I-II, AGLA I-II

**Language:** English

**Audience:** B.Sc. students from their second year of study, M.Sc. students

**Exam requirements:** Talk

#### Description

We will study semilinear elliptic equations of the type

$$\begin{cases} -\Delta u = f(x, u) & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega. \end{cases}$$

We will impose certain growth and structural conditions on the nonlinearity  $f: \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Depending on assumptions, we will learn about different methods to solve this equation.

We will start with function spaces and the linear theory. Then we will continue with

- ODE methods,
- degree theory,
- the variational approach.

#### References

- [1] A. Ambrosetti and A. Malchiodi, *Nonlinear Analysis and Semilinear Elliptic Problems*. Cambridge Stud. Adv. Math., vol. 104, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2007.
- [2] A. Ambrosetti and G. Prodi, *A Primer of Nonlinear Analysis*. Cambridge Stud. Adv. Math., vol. 34, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995.
- [3] H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Universitext, Springer, Berlin, 2011.
- [4] T. Cazenave, *An Introduction to Semilinear Elliptic Equations*. Ebook, UFRJ/IM, Rio de Janeiro, 2018. Available online here.

### 3.4 Seminar on Counterexamples in Topology

**Lecturer:** Christopher Wulff

**Day and time:** Thursdays 10–12 AM

**Prerequisites:** The course is intended to supplement the cycle on algebraic topology, but it should also be possible to participate if you have some basic knowledge about point-set topology from other courses.

**Language:** English

**Audience:** Students

**Exam requirements:** Give a talk

**Module signatures:** Unfortunately, there are only two really fitting module signatures:

M.Mat.4814.Mp: Seminar on algebraic topology

B.Mat.3414.Mp: Seminar im Zyklus „Algebraische Topologie“

**Full announcement:** [Click here!](#)

#### Description

In topology, many theories work only for spaces whose topology is nice enough in certain ways. Among the properties that one might need are separation axioms like the Hausdorff property, regularity or normality; different type of compactness assumptions such as (local) compactness or paracompactness; countability properties such as separability or first/second countability; and (local/path/simple) connectedness.

In order to understand why they are needed, it is convenient to have some spaces at hand which are counterexamples to some of the properties but not to others. The objective of the seminar is to become acquainted with a couple of standard counterexamples.

#### References

1. *S. Willard*, General Topology, Addison-Wesley (1970).
2. *L. A. Steen, J. A. Seebach Jr.*, Counterexamples in Topology, 2nd edition, Springer (1978).

### 3.5 Seminar on Topological K-theory

**Lecturer:** Federico Vigolo

**Day and time:** Mo 14:00-16:00

**Prerequisites:** Linear algebra and basic topology. Some knowledge of algebraic topology and manifolds/vector bundles would also help. (Ideally suited for people who attended “Introduction to Algebraic Topology” in WiSe)

**Language:** English

**Audience:** B.Sc. students from their third year of study and above.

**Exam requirements:** Give a talk

#### Description

Topological K-theory is an algebraic invariant of vector bundles. In many respect, these invariants behave like a homology theory (they are in fact examples of exotic cohomology theories) and they play a fundamental role in many branches of mathematics. For instance, they are intimately connected with the index theory of pseudo-differential operators on manifolds, and are hence a fundamental tool of global analysis.

The goal of this seminar is to gain familiarity with basic constructions and ideas of K-theory. One notable result that will be covered is the solution to the Hopf invariant problem.

#### References

1. *M. Atiyah*, K-Theory, W.A.Benjamin INC (1967). <https://www.maths.ed.ac.uk/~v1ranick/papers/atiyahk.pdf>

### 3.6 Seminar on (complex) algebraic geometry

**Lecturer:** Roberta A. Iseppi

**Day and time:** Wednesdays 14-16 h.

**Preliminary meeting:** Wednesday, 29 March 2023, h. 14:15

**Prerequisites:** Some very basic knowledge of commutative algebra, such as what *rings*, *ideals* and *algebras* are.

**Language:** English

**Audience:** Bachelor students, from their second/third year of study and above.

**Exam requirements:** Give a talk

#### Description

The main goal of algebraic geometry is to study the zero locus defined by a collection of polynomials in several variables. Imagine you want to study the set  $X$  defined as

$$X = \{x \in \mathbb{K}^n \text{ s.t. } f_1(x) = f_2(x) = \dots = f_k(x) = 0\}$$

where  $f_1, \dots, f_n$  are polynomials in  $\mathbb{K}[x_1, \dots, x_n]$ . The strategy followed by algebraic geometry is to try to deduce geometrical properties of  $X$  by looking at algebraic properties of the polynomials  $f_1, \dots, f_n$ . In this seminar we will start by proving the key result stated in Hilbert's Nullstellensatz theorem, which describes the correspondence between radical ideals and algebraic varieties, and we will conclude by introducing the notion of *scheme*, which is the central object of interest in modern algebraic geometry.

We will mostly consider the case when the underlying field is  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ , that is, we will work in the complex setting, moving towards a more complex analytic approach. Considering as ground field  $\mathbb{K}$  an extensions of finite fields or the rational numbers one would enter the area of number theory.

#### References

- *A. Gathmann*, Algebraic geometry,  
<https://www.mathematik.uni-kl.de/~gathmann/de/algeom.php>

### **3.7 Seminar: Topics in algebraic geometry**

**Lecturer:** Frank Gounelas

**Lectures:** Mi, 14-16, TBA

**Prerequisites:** Algebraic geometry

**Language:** English

**Audience:** Students

**Exam requirements:** Give a talk

#### **Description**

This will be a continuation of the algebraic geometry cycle, although students who did not follow the whole cycle are encouraged to participate too (in particular because some of the topics will be more topological / differential geometric in nature). It will be a mixed format "seminar talks" and "discussion group" where we will assign talks from 3-4 advanced topics in algebraic geometry (e.g., classification of algebraic surfaces, Schubert calculus, intersection theory, deformation theory, ...).

### 3.8 Number Theory working seminar

**Lecturer:** Damaris Schindler

**Lectures:** TBA

**Prerequisites:** Interest in number theory

**Language:** English

**Audience:** Students

**Exam requirements:** give a talk

#### Description

This seminar aims at students who are working on a research project in number theory with a focus on analytic number theory or are interested in doing so in the future. In this seminar we are going to read current research articles, and discuss topics in number theory that may not have been covered in the curriculum so far. There is space to give talks on your own ongoing work (e.g. your bachelor or master thesis work) and have room to exchange and discuss ideas. Each week we are going to have a talk by one of the participants followed by time for discussion. The topics are discussed in the first meeting and we will then individually plan the talks of every speaker. The schedule can then be found on the StudIP page. As every speaker should have the possibility to give at least one talk during the semester, there is only a limited number of spaces, which are going to be filled by who signs up first. If you are interested in giving a talk, please let me know, for example by sending me a short e-mail.

#### References

see StudIP

### 3.9 Proseminar Kombinatorik

**Lecturer:** Damaris Schindler

**Lectures:** TBA

**Prerequisites:** ALGA I oder Diff 1

**Language:** Deutsch

**Audience:** Bachelorstudierende und Lehramtsstudierende

**Exam requirements:** ein Vortrag, und fuer Lehramtsstudierende im Master eine kleine schriftliche Ausarbeitung

#### Description

Dieses Proseminar wendet sich an Bachelorstudierende und Lehramtsstudierende (im Master), die sich in einem einfuehrenden Seminar mit ersten Fragen in der Kombinatorik beschaeftigen wollen. Das Seminar kann auch am Anfang des Studiums belegt werden, da wir benoetigte Kenntnisse gemeinsam aufbauen wollen. Wir werden unter anderem das Arrowsche Paradoxon besprechen, den Heiratssatz und Varianten davon, Versionen des Satzes von Ramsey und den Satz von van der Waerden. Eine genaue Aufstellung der Themen, mit einer Einteilung in Vortraege, folgt auf StudIP. Bei Interesse an einem Vortrag oder wenn ihr Fragen habt, freue ich mich, wenn ihr euch jetzt schon bei mir meldet.

#### References

Jacobs und Jungnickel, Einfuehrung in die Kombinatorik, 2te Auflage, De Gruyter Lehrbuch

### 3.10 Seminar on Hyperbolic Groups

**Lecturer:** Engelbert Suchla

**Day and time:** Tuesdays 14–16 h (2–4 pm)

**Prerequisites:** You should know what *groups* and *metric spaces* are. For one or two of the talks, some knowledge of algebraic topology would be helpful.

**Language:** English

**Audience:** Bachelor and Master students

**Exam requirements:** Give a talk

**Module signatures:**

B.Mat.3414 Seminar im Zyklus “Algebraische Topologie”

B.Mat.3423 Seminar im Zyklus “Algebraische Strukturen”

B.Mat.3424 Seminar im Zyklus “Gruppen, Geometrie und Dynamische Systeme”

M.Mat.4814 Seminar on algebraic topology

M.Mat.4823 Seminar on algebraic structures

M.Mat.4824 Seminar on groups, geometry and dynamical systems

**Preparatory meeting:** Tuesday, 28 March 2023, 14:00 h, HS 2.

#### Description

A group is *hyperbolic* if it has negative curvature – that is, if the group, interpreted as a metric space, has a certain geometric shape!

This lets us use geometric methods to study the algebraic properties of these groups. The theory of hyperbolic groups is thus a prime example of *geometric group theory*.

In the seminar, we will begin with the basics of hyperbolic geometry and then prove the most interesting properties of hyperbolic groups: For example, they are always finitely presented and have a solvable word problem. We will also discuss various examples of hyperbolic groups and where they come from (for example, the picture above).

#### References

1. *Michael Batty, after Panagiotis Papasoglu: Notes On Hyperbolic and Automatic Groups* [https://www.math.ucdavis.edu/~kapovich/280-2009/hyplectures\\_papasoglu.pdf](https://www.math.ucdavis.edu/~kapovich/280-2009/hyplectures_papasoglu.pdf)
2. *Clara Löh, Geometric Group Theory. An Introduction.* Springer (2017)

### **3.11 Seminar on Problem Solving and more**

**Lecturer:** Chenchang Zhu

**Day and time:** Di. 16-18

**Prerequisites:** Vorausgesetzt wird eine Einführung in die Mathematikdidaktik Bewerbung

**Language:** Deutsch

**Audience:** Alles

**Exam requirements:** Ein mal Präsentation

### 3.12 Seminar on *Computational Number Theory*

**Dozent/Art/Credits:** Preda Mihăilescu – Seminar – 3 C

**Vorleistung/Prüfung:** Presentation

**Zielgruppe/Sprache:** Advanced Bachelor/Master students / English

**Vorkenntnisse:** Basic programming and number theory. Algebraic number theory is advantageous.

The seminar will be organized after discussion with the participants, in dependence of the number and motivation of the participants. Due to the large number of participants, it is possible to hold two one hour talks during one session.

The general structure will be decided in a short hybrid meeting in the first session. The final decision will be taken in the first seminar, in which the lecturer will also give an overall introduction to the subject.

The seminar talks will be extracted from the following list of possible topics and subjects:

#### A. **Elementary arithmetic in symbolic computation.**

1. Elementary convolutions, Karatsuba-Offman and Toom-Cook methods for long integer multiplication.
2. Modular arithmetic, Montgomery algorithm for integer exponentiation and Sieveking-Kung for polynomial modular exponentiations.
3. Euclid algorithm, continuous fractions and Padé approximations.
4. Fast multiple polynomial evaluation and interpolation, fast Chinese Remaindering.
5. Berlekamp algorithm
6. Massey algorithm

#### B. **Advanced arithmetic methods.**

1. Fast Fourier in the complex and in finite rings. Applications in numerical analysis, Dirichlet problem.
2. Fast Fourier for long arithmetic, Schönhage - Strassen.
3. Polynomial factorization: Berlekamp. Application to factoring in  $\mathbb{Z}[X]$ .
4. Constructing irreducible polynomials over finite fields and testing irreducibility.
5. Short vectors in lattices and the LLL algorithm.

#### C. **Primality and Compositeness**

1. Classical deterministic Lucas-Lehmer Tests, conditions for performing these tests and the Quisquater condition.

2. The idea of probabilistic tests and compositeness tests after Solovay-Strassen and Rabin-Miller et.al.
  3. General deterministic or Las Vegas tests: EECP and Cyclotomy tests.
  4. A polynomial time deterministic test: AKS, advantages and disadvantages, variants.
- D. **Smoothness and subexponential algorithm for factoring and discrete logarithms**
1. Smoothness, the theorems of Dickson and Canfield, Erdős and Pomerance. Applications.
  2. The quadratic sieve and the polynomial quadratic sieve methods for factoring.
  3. Discrete logarithms using smoothness.
  4. Number field and Function Field sieves for logarithm and factoring: basic scheme.
  5. Recent developments in logs.
- E. **Advanced topics and recent research** Here we may discuss papers of the last one or two decades that marked crucial developments in the areas discussed in the seminar. Here we may also discuss topics from Coding theory and Cryptography.

Under certain circumstances, the seminar can be extended to two semesters, and only then can it be hoped to cover all of the above enumerated topics, some of which may well cover two to three sessions.

- R. Crandall and C. Pomerance : *Prime Numbers. A computational Perspective* 2nd Edition, Springer 2005,
- J. von Gathen and J. Gerhard: *Modern Computer Algebra*, Cambridge, 2000.
- V. Shoup: *A computational introduction to Number theory and Algebra*
- Research papers to be suggested during the seminar.

### 3.13 Seminar zur Didaktik der analytischen Geometrie, linearen Algebra und Stochastik (Sek-II)

**Lecturer:** Stefan Halverscheid, Verena Spratte

**Day and time:**

**Prerequisites:** Vorausgesetzt wird eine Einführung in die Mathematikdidaktik im BA für das gymnasiale Lehramt)

**Language:** Deutsch

**Audience:** Master of Education

**Exam requirements:** Beiträge im Seminar; Portfolio als Prüfungsvorleistung 0050.Sek2. Mündliche Prüfung über dieses Seminar und ein Seminar zur Mathematikdidaktik in Sekundarstufe I im Rahmen des Moduls M.Mat.0050.

Das Seminar kann auch auf der Grundlage eines Portfolios als Modul M.Mat.0052 (M.Mat.0052.PrVor2 und M.Mat.0052.Pf2) eingebracht werden.

#### Description

Dieses Seminar ist keines zum Ausruhen. Von dem Workload von 3 ECTS wollen wir wenig ungenutzt übrig lassen. Denn es geht zu folgenden Themen über das Lehren und Lernen von Stochastik und analytischer Geometrie in der Sek. II voll zur Sache.

1. Einstiege in Stochastik (in Sek. I), Wahrscheinlichkeitskonzepte
2. Diskrete Verteilungen, Bedingte Wahrscheinlichkeiten,
3. Korrelationen, Kennzahlen, deskriptive Statistik
4. Explorative Datenanalyse, Von der Binomialverteilung zur Normalverteilung
5. Hypothesentests und ihre Logik
6. Aktuelle Debatte über Testtheorie und Bayes'sche Statistik
7. Analytische Geometrie ohne vektorielle Methoden – das klassische Programm
8. Vektorräume emergieren aus der euklidischen Geometrie Oder: Die euklidische Geometrie emergiert aus der Linearen Algebra
9. Das Vektorkonzept der Physiker und der Differentialrechnung
10. Die affine Geometrie
11. Metrische Geometrie in vektorieller Darstellung oder euklidische VR geometrisch interpretiert

12. Matrizen und die affinen Abbildungen der Ebene und des Raums
13. Übergangsmatrizen und stochastische Matrizen

## References

Material und Literatur wird in ILIAS-Lernmodulen bzw. stud.IP zur Verfügung gestellt.

# 4 Veranstaltungen außerhalb der Vorlesungszeit

## 4.1 Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung I im Sommerstudium

**Dozent/Art/Credits:** Stefan Wiedmann – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Assistenz:** Anne Prepeneit

**Vorlesungszeit:** Mo, 7.8. - Fr, 29.9.

**Vorlesungen:** Di, Mi, Do, 9:45-12:00, Präsenz, Maximum

**Übungen:** Di, 14-16 und Do, 14-16 (zwei Übungen pro Woche)

**Zusätzlich:** Tutorium Mi, 14-16, Übungsraum oder Garten

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur am 27.10.

**Zielgruppe/Sprache:** Erstes Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Gute Kenntnisse der Schulmathematik

## Beschreibung

Dies ist ein erster Kurs in Analysis, in dem wir Themen wie Folgen, Reihen, Grenzwerte, Differenzierbarkeit von Funktionen und Integralrechnung besprechen werden. Ein weiteres Ziel des Kurses ist es, mathematisches Arbeiten und Problemlösen zu erlernen und zu vertiefen.

## Literatur

- Koenigsberger, Analysis 1
- Forster, Analysis 1
- Wöchentlich ergänztes Skript der Vorlesung

## 4.2 Blockkurs: Einführung in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X und praktische Anwendungen

**Lecturer:** Mahya Mehrabdollahi

**Lectures:** 04.9.-08.9., 9-17, Übungssaal

**Language:** English

**Audience:** Students

**Exam requirements:** Homework

**Description**

**References**

## 4.3 Repetitorien: Diff II, Agla II, MaPhy II

- MaPhy II: KW 36, 4.9.-8.9.
- Diff II: KW 37, 11.9.-15.9.
- Agla II: KW 38, 18.9.-22.9.

## 4.4 Propädeutika

- Mathematisches Propädeutikum, Martin Kohlmann, KW 37, 38, 39
- Mathematisches Propädeutikum Informatik, Engelbert Suchla, KW 37, 38, 39
- Mathematisches Propädeutikum Bio/Geo/MolMed, Rosa Marchesini, KW 40
- Mathematisches Propädeutikum Agrar/Forst, Rosa Marchesini, KW 41

## 5 Oberseminare – Advanced Seminars

- Advanced seminar on analysis of partial differential equation, Witt, Fri, 14–16, SZ  
We will finish reading the article “Stability of Minkowski space and polyhomogeneity of the metric” by Peter Hintz and Andras Vasy, *Annals of PDE* **6** (2020). After that, we will change our focus and aim our attention at the analysis on homogeneous (nilpotent) Lie groups.
- Advanced seminar on mathematical methods in physics, Bahns, Mo, 16–18
- Advanced seminar on algebraic structures and on non-commutative geometry, Meyer, Do, 12–14  
This seminar is mainly an opportunity for students writing a Bachelor’s or Master’s thesis or dissertation under my supervision to speak about their results or articles that they are reading right now.
- Advanced seminar on analytic and algebraic, Helfgott, Mi, 16–18
- Advanced seminar on analytic and algebraic number theory, Brüdern / Schindler, Mo, 16–18
- Advanced seminar on algebraic topology, Schick, Di, 16–18  
This seminar is mainly an opportunity for students working towards a Bachelor’s or Master’s thesis or dissertation in our group to speak about their results or articles that they are reading right now. An important part will also be played by guests we plan to invite.
- Advanced seminar on algebraic number theory, Viada, Di, 14–16
- Advanced seminar on differential geometry, Pidstrygach, Do, 12–14
- Advanced seminar on mathematical methods in physics, Zhu, Mi, 12–14 This seminar is an opportunity for students working towards a Bachelor’s or Master’s thesis or dissertation in our group to speak about their results or articles that they are reading right now. We will also invite outside speakers.
- Masterabschlussmodul M.Edu.100, Halverscheid, Do., 12-14 Uhr

## 6 Mathematische Gesellschaft und weitere Termine

- RTG 2491 lecture course; Do, 9-12, Do, 14-15, SZ
- Mathematische Gesellschaft; Do, 16:15-17:15, SZ <https://www.uni-goettingen.de/de/207450.html>
- $\pi$ -Day: 3/14/23