# Vorlesungskommentar – Wintersemester 21/22

Mathematisches Institut der Georg-August-Universität Göttingen

2. August 2021

## Inhaltsverzeichnis

# 1 Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung I

**Dozent/Art/Credits:** Damaris Schindler – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Vorlesungen:**

**Übungen:**

**Zusätzlich:** Saalübung und Tutorium.

**Zielgruppe/Sprache:** Erstes Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Teilnahme an Propädeutikum empfohlen.

## Beschreibung

## Literatur

-

## 2 Vorlesung: Analytische Geometrie und Lineare Algebra I

**Dozent/Art/Credits:** Chenchang Zhu – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Vorlesungen:**

**Übungen:**

**Zusätzlich:** Saalübung und Tutorium.

**Zielgruppe/Sprache:** Erstes Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Teilnahme an Propädeutikum empfohlen..

### Beschreibung

### Literatur

Fischer Lineare Algebra

-

# 3 Vorlesung: Mathematische Grundlagen in der Biologie, in den Geowissenschaften und in der Molkularen Medizin (Mathe für Bio/Geo/MolMed)

**Dozent/Art/Credits:** Stefan Wiedmann – Vorlesung mit Übung – 6 C

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Vorlesungen:** Inverted: Vorlesung wird aufgezeichnet und wird zum Vorlesungstermin besprochen (Präsenz und Online je nach Massgabe und Möglichkeit).

**Übungen:** Wöchentlich in Kleingruppen in Präsenz. (Online-Angebote auf Wunsch).

**Zusätzlich:** Tutorium zur Hausaufgabenhilfe.

**Zielgruppe/Sprache:** Erstes Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Solide Grundkenntnisse der Schulmathematik im Rahmen eines Grundkurses. Teilnahme an universitären Vorkursen empfohlen.

## Beschreibung

Wir behandeln grundlegende Themen der Analysis und der linearen Algebra. Soweit die Zeit reicht werden zum Abschluss Themen der Dynamik behandelt (Populationsdynamik, Zerfalls- und Wachstumsprozesse).

## Literatur


- Ina Kersten, *Mathematische Grundlagen in Biologie und Geowissenschaften*, Universitätsdrucke Göttingen.

## 4 Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung III

**Dozent/Art/Credits:** Thomas Schick – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Vorlesungen:** wahrscheinlich Mo 10 - 12 und Do 10 - 12, wahrscheinlich hybrid (Hörsaal plus Übertrag

**Übungen:**

**Zusätzlich:** eventuell Tutorium

**Zielgruppe/Sprache:** Ab drittem Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Diff I/II; Agla I/II.

### Beschreibung

In der Diff III vertiefen wir Aspekte der globalen Analysis: wir lernen abstrakte Mannigfaltigkeiten kennen, als natürliche Verallgemeinerung der Untermannigfaltigkeiten. Wir werden lernen, Analysis auf Mannigfaltigkeiten zu machen, lernen das Tangentialbündel und die Grundlagen der Theorie von Vektorraumbündeln kennen. Wir werden uns auch mit geometrischen Aspekten, insbesondere Riemannschen Metriken, befassen.
Eines der wichtigen Ziele ist die Integration über Mannigfaltigkeiten und Untermannitfaltigkeiten. Wir beweisen ausführlich den Satz von Stokes, und lernen die zugehörige Theorie von Tensorfeldern und Differentialformen kennen. Wir werden dies anwenden, um erste Elemente der Funktionentheorie, wie den Cauchy-Integralsatz und den Residuensatz (spezielle Form) zu entwickeln.
Letztes Ziel der Vorlesung ist eine Einführung in topologische Aspkete: wir werden mittels Differentialformen de Rham Kohomologie kennenlernen als wichtiges Werkzeug, um Eigenschaften von Mannigfaltigkeiten herauszuarbeiten, die unter Deformationen erhalten bleiben.

### Literatur

- Bröcker, Jänich: Einführung in die Differentialtopologie
- Lee: Introduction to smooth manifolds

# 5 Vorlesung: Algebra

**Dozent/Art/Credits:** Jörg Brüdern – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Vorlesungen:** wahrscheinlich hybrid (Hörsaal plus Übertragung)

**Übungen:**

**Zielgruppe/Sprache:** Ab drittem Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Pflichtkurse des ersten Studienjahrs.

## Beschreibung

Wir behandeln die wichtigsten algebraischen Strukturen: Gruppen, Ringe, Polynome und Körper. Konzepte und Methoden, die in dieser Vorlesung vorgestellt werden, gehen in viele weiterführende Veranstaltungen ein, ein Kurs über Algebra gehört deshalb zu jedem soliden Mathematikstudium und ist für das dritte Semester empfohlen.
Der Kanon für eine Algebra-Vorlseung ist seit langer Zeit stabil, deshalb gibt es viele gute und schlechte und alte und neue Bücher, die fast immer denselben Stoff behandeln. Wer sich orientieren möchte, kann das in einem bald 100 Jahre alten Klassiker tun, oder meiner neueren Empfehlung Aufmerksamkeit schenken.

## Literatur

- van der Waerden, Algebra I
- Meyberg, Algebra

# 6 Gewöhnliche Differentialgleichungen

**Dozent/Art/Credits:** Ina Kersten – Vorlesung mit Übung – 9 C

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

**Vorlesungen:** wahrscheinlich Mo 12 - 14 und Do 12 - 14 (Hörsaal, ggf. plus Übertragung)

**Übungen:** Wöchentlich in Kleingruppen

**Zusätzlich:** Eventuell Tutorium

**Zielgruppe/Sprache** Studierende ab drittem Semester – Deutsch

## Beschreibung

Der einfachste Typ einer Differentialgleichung ist von der Form $y' = f(x)$ und wird durch Integrieren gelöst. In der Vorlesung werden zunächst Grundtypen von Differentialgleichungen der Form $y' = f(x, y)$ studiert, insbesondere Differentialgleichungen mit getrennten Variablen, lineare Differentialgleichungen, Bernoulli- und Riccati-Differentialgleichungen, und Anwendungsbeispiele kennengelernt. Dann kommen spezielle Typen von Differentialgleichungen wie etwa $y'' = f(y)$ und $y'' = f(y')$ mit Federschwingung und dem Problem der Kettenlinie als Anwendungen. Sodann werden lineare Differentialgleichungen zweiter und höherer Ordnung sowie Systeme von Differentialgleichungen studiert, und es wird der Existenz- und Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindelöf bewiesen. Auch numerische Lösungsverfahren wie das Euler-Cauchy-Verfahren und das Runge-Kutta-Verfahren werden behandelt.
Als Lösungen von Differentialgleichungen sind stets Funktionen (und Keine Zahlen) gesucht. Auch wird ein Methode kennengelernt, wie man zu vorgegebenen Lösungsfunktionen selbst Beispiele von Differentialgleichungen generiert.

## Literatur


- Heuser, Harro: *Gewöhnliche Differentialgleichungen. Einführung in Lehre und Gebrauch*. Springer-Verlag 2009.

- Kersten, Ina: *Gewöhnliche Differentialgleichungen - Ein Einstieg*. Universitätsdrucke Göttingen 2015.
  Es soll vorlesungsbegleitend ein neues Skript erstellt werden.

# 7 Vorlesung: Zur Mathematik im 19. Jhd.

**Dozent/Art/Credits:** Ulrich Stuhler – Vorlesung mit Übung – 6 C

**Präsenz/Online:** Präsenzveranstaltung.

**Vorleistung/Prüfung:** Teilnahme an den Übungen – Mündliche Prüfung (20 Min)

**Vorlesungen:** Do. 12-14

**Übungen:** Montag Nachmittags

**Zielgruppe/Sprache:** Ab drittem Semester BSc oder Lehramt – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Agla I/II, Diff I/II oder entsprechende Lehramtsveranstaltungen.

## Beschreibung

Diese Veranstaltung (Vorlesung mit Übungen, zusammen mit Stefan Wiedmann) ist nicht, wie man vom Titel her meinen könnte, primär historisch gedacht. Vielmehr ist die Absicht die Folgende: Viele unserer gängigen mittleren Vorlesungen, die also nach den 4 Grundvorlesungen gehört werden können, stammen von der gebotenen inhaltlichen Substanz her zu einem erheblichen Teil aus der Mathematik des 19.ten Jahrhunderts. Das betrifft sicherlich die Algebra (Galoistheorie, Gruppentheorie) sowie die Funktionentheorie bis hin zu den Riemannschen Flächen und der Uniformisierung, aber auch die Differentialgeometrie und die Theorie der Lieschen Gruppen. Auch der Komplex, den man früher gelegentlich als höhere Geometrie zusammenfasste und der beispielsweise projektive Geometrie, nichteuklidische Geometrie sowie auch Teile der algebraischen Geometrie und der Invariantentheorie in gewisser Weise beinhaltete, passt hier hin. Natürlich auch die algebraische Zahlentheorie und ohne Zweifel vieles andere. Viele dieser Stoffe werden heute, durch den Schliff der zahlreichen Jahrzehnte, die uns von diesem Jahrhundert trennen, unvermeidlich in so durchgearbeiteter und vielfach modernisierter Form geboten, dass die ursprünglich auslösenden mathematischen Fragestellungen bei den Studierenden kaum ankommen. Diese Vorlesung und die dazugehörenden Übungen sollen da vielleicht etwas Abhilfe schaffen, indem es darum geht, wichtige einfache Grundfragen und Grundideen sowie Querverbindungen, wie sie sich den Mathematikern des 19ten Jahrhunderts darboten, darzustellen. Anders als in einem ersten Durchlauf im SoSe 2014 wird die Vorlesung dieses Mal durch passende Übungen ergänzt.

## Literatur

-

# 8 Vorlesung: Diskrete Mathematik für Studierende der Informatik

**Dozent/Art/Credits:** Evelina Viada – Vorlesung 9 C

**Vorleistung/Prüfung:** 50% der Übungen und Vorrechnen / Schrifliche Prüfung

**Termin:** Wöchentlich 4+2

**Zielgruppe/Sprache:** Studierende der Informatik 1. Semester / Deutsch

**Vorkenntnisse:**

## Beschreibung

Diese Vorlesung richtet sich an Studierende der Informatik und gibt einen Überblick über die wichtigsten Bereiche der diskreten Mathematik. Alle Themen werden eingeführt, ohne dass dabei tieferes mathematisches Vorwissen vorausgesetzt ist. Die Übungen sind Pflicht und sind notwendig, um die Inhalte zu verstehen. Die behandelten Themen sind:

- Grundlagen der Mathematik und Logik,
- Natürliche Zahlen und vollständige Induktion,
- Elementare Zahlentheorie,
- Elementare Kombinatorik,
- Graphentheorie,
- Restklassenringe und das RSA-Verschlüsselungsverfahren,
- Algebraische Strukturen (Gruppen, Ringe und Körper) (Falls Zeit)

## Literatur

[1] L. Pottmeyer, Diskrete Mathematik: Ein kompakter Einstieg, Springer Spektrum, 2019
[2] M. Aigner, Diskrete Mathematik, 5th ed., Vieweg Studium: Aufbaukurs Mathematik, Friedr. Vieweg & Sohn, Wiesbaden, 2004.
[3] J. Matoušek and J. Nešetřil, Diskrete Mathematik: Eine Entdeckungsreise, 2nd ed., Springer, 2007.
[4] A. Steger, Diskrete Strukturen, Band 1: Kombinatorik, Graphentheorie, Algebra, 2nd ed., Springer,
2007.
[5] G. Teschl and S. Teschl, Mathematik für Informatiker, Band 1: Diskrete Mathematik und Lineare
Algebra, 4th ed., Springer, 2013.

# 9 Vorlesung: Einführung in die Mathematikdidaktik

**Dozent/Art/Credits:** Stefan Halverscheid – Vorlesung mit Übung – 6 C

**Vorleistung/Prüfung:** Bekanntgabe zu Beginn der Veranstaltung / Klausur

**Termin:** ILIAS-Modul, donnerstags 8.30 bis 10.00 Uhr

**Zielgruppe/Sprache:** 4.-6. Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Empfohlen Diff I+II, Agla I Geometrie, Stochastik, Päd. Psychologie

## Beschreibung

Ausgehend von einem historischen Blick auf Konzepte über das Lehren und Lernen von Mathematik betrachten wir die konstruktivistische bzw. sozialkonstruktivistische Perspektive dahingehend, wie sie die Konstruktion mathematischen Wissens beschreibt.
Einen systematischen Wissensaufbau erarbeiten wir zur elementaren Geometrie in der Ebene. Dafür werden wir eine axiomatische Charakterisierung der euklidischen Geometrie vornehmen, an deren Ende die Koordinatisierung durch den $\mathbb{R}^2$ steht.
Bezogen auf diese Inhalte betrachten wir dazu Prozesse des Übens, des Problemlösens, des mathematischen Modellierens und der Begriffsentwicklung. Den Aufbau geeigneter Vorstellungen thematisieren wir bzgl. des Zahlaufbaus und der Algebra.
Dabei werden immer wieder Aufgaben in den Mittelpunkt gerückt: Wir werden an Beispielen untersuchen, wie Aufgaben konzipiert werden, für heterogene Lernsituationen geöffnet werden und den Unterricht strukturieren können. Ebenso werden wir Aufgaben zu diesen Zwecken sowie den obigen Inhalten selbst formulieren. Wir problematisieren auch, wie die Präsenz dynamischer Geometriesoftware oder des Taschenrechners mit und ohne Computer-Algebra-Systeme Aufgaben verändert.
Schließlich werden wir kleine Einblicke in forschungsbezogene Herangehensweisen bekommen, etwa um Bearbeitungen von Lernenden zu interpretieren, Forschungsdesigns zu vergleichen oder Schulvergleichsstudien mit Aussagen zum Fach Mathematik kritisch zu lesen.
Die Veranstaltung knüpft an ausgewählte Inhalte der Vorlesung des Moduls „Einführung in die Pädagogische Psychologie: Lehren und Lernen“ (aus den Wintersemestern 19/20 bzw. 20/21) ebenso an wie an Inhalte für statistische Methoden der Vorlesung „Schulbezogene Grundlagen der Stochastik“ (aus den Wintersemestern 2019/2020 bzw. 2020/2021), wie sie im Musterstudienplan vorgesehen sind. Wir werden jeweils auf die Stellen in diesen Veranstaltungen verweisen, sodass diese gut vorzubereiten sind, sollten die Module noch nicht absolviert worden sein.

## Literatur

In der Stud.IP-Veranstaltung wird Literatur zu den jeweiligen Themen zur Verfügung gestellt.

# 10 Vorlesung: Introduction to mathematical methods in physics (cycle 1) – Spectral Theory and Quantum Mechanics I

**Dozent/Art/Credits:** Dorothea Bahns – Lecture course with exercise classes – 9 C

**Vorleistung/Prüfung:** Examination prerequisites see Module B.Mat.3115. Written or oral exam (will be determined at the beginning of class)

**Termin:** Tue, Fri 12-14 hrs (possibly online)

**Zielgruppe/Sprache:** 3rd year B.Sc. or 1st year M.Sc. (mathematics or physics)

**Vorkenntnisse:** Recommended, but not necessary: Functional Analysis

## Beschreibung

This is the first lecture course in a series of four, in which we will study the mathematical foundations of quantum physics. The first 2 courses will focus on spectral theory and quantum mechanics. An important goal of the lecture is to enable the students to understand concepts such as the so-called ïmproperëigenstates of a Hamiltonian in terms of the firm ground of mathematics. Previous knowledge in functional analysis is advisable, but not necessary, previous knowledge in physics is not necessary.

Outline for courses 1 and 2, the first of which (winter term 21/22) makes sense also as a stand alone:

- Operators on Hilbert spaces and the spectral theorem for bounded selfadjoint operators, Sturm-Liouville operators
- densely defined unbounded operators, (essential) selfadjointness
- self-adjoint extensions (Cayley, von Neumann, Nelson)
- Spectral theorem for densely defined unbounded operators
- Quantum Mechanics: Position and momentum operators and their “improper eigenstates” from the point of view of the spectral theorem
- Phenomenology of quantum mechanics and the derived axioms of quantum mechanics
- Fundamentals of quantum mechanics: EPR paradox, Bell’s inequalities, entanglement, decoherence and the appearance of a classical world...
- Spectral theory in terms of C*-algebras and operators in B(H)
- Elements of scattering theory (Kato-Rellich theorem)

- Algebraic formulation I: von Neumann algebras, states, superselection rules (Pauli principle)
- The canonical commutation relations, Stone-von Neumann theorem, relation to harmonic analysis (the Wigner/Mackey machine and the Heisenberg group)
- Quantum symmetries: Wigner's theorem, (non-)degeneracy of eigenvalues in the presence of (broken) symmetries (with an excursion to perturbation theory, group theory and "forbidden transitions")
- Algebraic formulation II: GNS representation, Fell's theorem, Gelfand-Naimark theorem

## Literatur

- M. Reed and B. Simon, Methods of Modern Mathematical Physics, vol 2 and 4, Academic Press 1978.
- G. Teschl, Mathematical Methods in Quantum Mechanics, AMS, Graduate Studies in Mathematics vol 157, 2014.
- D. Werner, Funktionalanalysis, Springer 2011.
- Ph. Blanchard, E. Brüning, Mathematical Methods in Physics, Birkhäuser 2016.
- Valter Moretti, Spectral Theory and Quantum Mechanics, Springer 2013.

# 11 Algebraic Geometry I (Cycle)

**Lecturer:** Frank Gounelas.

**Lectures:** Twice a week.

**Exercise sessions:** TBD (Tutor: Jonas Baltes) .

**Language:** English.

**Audience:** 5th Semester bachelor or Masters students.

**Exam requirements:** At least 50% in the homework.

## Prerequisites

A course in group and galois theory, and some basic ring theory and topology.

## Description

Projective varieties and sheaves, following, e.g., Gathmann's notes, Mumford's red book, Harris. Topics to be covered: affine and projective varieties, the Nullstellensatz, abstract varieties, birational maps, blowups, Grassmannians, smoothness, and the basic theory of sheaves.

## 12 Category theory in context

**Dozent/Art/Credits:** Ralf Meyer and Devarshi Mukherjee – reading course – 9 C

**Präsenz/Online:** Recorded lectures plus exercises in presence and online discussion sessions

**requirements/exam** 50% in exercises – oral exam

**time slot** lectures are recorded, ??? exercises, ?? discussion session

**target group/language:** beginning MSc and 3rd year BSc students – english

**prerequisites** only basic mathematics courses

### Description

This course studies category theory, starting with the basic definitions, the Yoneda lemma, and moving on to (co)limits, adjoint functors, monads, and Kan extensions (at the end of the course and rather briefly). It rather closely follows the book by Emily Riehl mentioned below. I left out some topics and added only very things that are related to my own research. When I offered this course in the summer 2019, I recorded it for the benefit of some students who could not attend the classes because of other courses. The recordings are almost complete, and I plan to add a few missing ones for this reiteration of the course. In addition, there will be regular online meetings with me to discuss your questions about category theory.

Riehl's book is very suitable for self-study. It illustrates all new concepts with examples from different areas. You may ignore examples from areas you are unfamiliar with. In my lectures, I chose those examples that I particularly liked. If you prefer videos over books, then the lectures would also suffice as course material.

Since categories are very basic objects, this course has no serious prerequisites. It is helpful if you have already met Emmy Noether's conceptual mathematics, which highlights concepts and structures. A broader background in pure mathematics is not needed, but it would help you appreciate more of the applications and examples of the categorical concepts.

### Literature

- Emily Riehl, Category theory in context, Dover (2017), or available on the author's home page.

## 13 Noncommutative geometry

**Dozent/Art/Credits:** Ralf Meyer – three reading courses – 3–6 C each

**Präsenz/Online:** Recorded lectures plus, perhaps, discussion sessions

**requirements/exam** none (no exercises offered) – oral exam

**time slot** to be discussed

**target group/language:** MSc students interested in noncommutative geometry – english

**prerequisites** basic mathematics courses

### Description

I have offered two 4-hour lecture courses in the area of noncommutative geometry in the summer term 2020 that are suitable for self-study. Namely, the course Noncommutative Geometry I (C*-algebras) and the course Noncommutative Geometry IV (Noncommutative Differential Geometry). The numbers do not mean anything, both courses are independent and could be your first course in noncommutative geometry.

There is also a 2-hour lecture course on topological phases of matter, which is also quite suitable as a first course in noncommutative geometry, if you are interested also in mathematical physics. It starts with a crash course in quantum mechanics, aimed at mathematicians, and ends in a study of homotopy classes of symmetry-protected Hamiltonians. It does not use K-theory much, and C*-algebras only play a very minor role. Some algebraic topology occurs, but if you are interested in the applications, you should be able to absorb the necessary homotopy theory. The course comes with lecture notes and recordings of my classes.

The C*-algebra course starts out by introducing the most important results in the theory of C*-algebras, following roughly the first chapter in Davidson's book "C*-algebras by example". Then I study some classes of C*-algebras, highlighting group C*-algebras and crossed products for group actions because they are most relevant for my own research. The C*-algebra course is based on a functional analysis course that I offered in the summer term 2018 (and also recorded, by the way). (The C*-algebra course was first offered in the winter 2018–9.) So I treat results from general functional analysis such as the Hahn–Banach Theorem, dual spaces, or the spectrum of Banach algebras rather briefly in this course. I would consider a functional analysis course a prerequisite for this course.

The C*-algebra course was recorded in the winter term 2018–9 for the benefit of some students who could not attend in person, and offered again in the summer term 2020. The recordings are almost complete; a few recordings did not work because of technical problems. Nevertheless, the material is suitable for self-study, as proven by several students who took this course in 2020.

The noncommutative differential geometry course avoids analysis and aims at Hochschild and periodic cyclic homology, which are among the most basic topological invariants in noncommutative geometry. I do not treat K-theory, which is the other important topological invariant, because that was treated in the summer term 2019. (The recordings of the K-theory course mostly failed to work because of technical problems. So I do not recommend this as self-study material. If you really want to learn K-theory, then you have to take a very bare reading course based only on books.) The noncommutative differential geometry course starts with the basic paradigm of carrying over concepts from classical geometry such as points and tangent vectors to noncommutative algebras. This leads to a rather careful study of Hochschild cohomology and a brief introduction to periodic cyclic cohomology.

The lecture notes of the noncommutative geometry course started out many years ago and were updated during the summer term 2020. They are accompanied by recordings of introductory presentations by me, which highlight the main points in the different sections of the book. Here one section corresponds roughly to the material for one lecture. This course was offered in the summer term 2020 purely online, without exercises. It is quite suitable for self-study.

I will be teaching basic mathematics courses in the coming semesters. Since this leaves me little time for a 4-hour specialised course in my research subject, these reading courses are the only likely option for you, if you want to learn noncommutative geometry during your master's studies. You may find the course material by going to the summer term 2020 and registering in Stud.IP for the relevant course by me in that semester. Please drop me an email if you would like to take this reading course. If enough students are interested – say, at least 5 – I would be happy to offer regular discussion sessions.

## Literature

- My own lecture notes for the noncommutative differential geometry and the topological phases courses.
- Davidson, C*-Algebras by Example.

# 14 Lecture course *Class field theory and introduction to Iwasawa Theory*

**Dozent/Art/Credits:** Preda Mihăilescu – lecture course – 6 C

**Präsenz/Online:** Presence.

**Vorleistung/Prüfung:** oral exam

**Vorlesungen:** ?

**Zielgruppe/Sprache:** advanced Master students and PhD students —english

**Prerequisites:** Algebra, Number Theory and Class Field Theory

## Description

The course completes the introduction in Class Field Theory of the previous semester, with highlights on idelic class field theory and the special case of Kronecker's Jugentraum. Namely, the theory of elliptic functions, automorphic functions and the description of abelian extensions of imaginary quadratic fields as extensions generated by special values of analytic functions – the Weierstrass $\wp$-function and the $\theta$-function. This is in a certain perspective an extension of the Kronecker Weber theorem studied last semester.
We continue with basical facts about $\mathbb{Z}_p$-extensions of number fields, and the fundamental structures attached to them: units, class groups, class fields, etc.

## Literature

- Milne: Class filed Theory (at milne.org, in the internet.
- S. Lang: Algebraic Number Theory.
- D. Cox: Primes of the form $p = x^2 + ny^2$.
- L. Washington: Cyclotomic Fields
- S. Lang: Cyclotomic Fields I & II
- K. Iwasawa: On $\mathbb{Z}_\ell$-extensions of number fields, Annals of Mathematics (1973).

## 15 Possible lecture course: RTG lecture course *Random walks and spectral theory*

**Dozent/Art/Credits:** Thomas Schick – lecture course – 3 C

**Präsenz/Online:** Präsenzveranstaltung.

**Vorleistung/Prüfung:** oral exam

**Vorlesungen:** Do. 12-14

**Zielgruppe/Sprache:** advanced Masteer students and PhD students, in particular of the RTG "Fourier analysis and spectral theory–english

**Vorkenntnisse:** solid mathematical maturity, including group theory, functional analysis, a bit of probability theory

### Description

We give an introduction to random walks on Cayley graphs of discrete groups and how its properties are encoded in the spectrum of the random walk operator. We will see a couple of examples and learn about advanced methods of computations.

### Literature

- Woess: Random walks on infinite graphs and groups; Cambridge University Press (2000)

## 16 Proseminar: Differentialgeometrie von Flächen

**Dozent/Art/Credits:** Thomas Schick — Proseminar — 3-C

**Prüfung** Präsentation im Proseminar mit Handout

### Beschreibung

Kurven und Flächen tauchen an vielen Stellen im Alltag auf, vom der Schnur eines Telefonhörers bis zu Seifenblasen und der Haut eines Rettungsringes.
Im Seminar werden wir die geometrischen Eigenschaften von Flächen (und ein wenig auch von Kurven), wie sie im drei-dimensionalen Raum vorkommen, untersuchen.
Im Seminars werden wir uns mit Flächen beschäftigen, bei denen schon die mathematische Beschreibung, und auch die Definition von die Krümmung charakterisierenden Termen, komplizierter ist als bei Kurven. Hierbei werden wir auch die lernen, wie man die Oberfläche einer gekrümmten Fläche berechnen kann.
Wir starten mit einer kurzen Einführung in die grundlegenden Definitionen (im wesentlichen bezieht sich das die Theorie der Untermannigfaltigkeiten), mit Fokus auf die Präsentation von einigen Beispielen.
Wichtig ist dann die Definition der Terme, welche die Geometrie und die Krümmung charakterisierenden. Hier gibt es intrinsische (nur von der Geometrie der Fläche abhängende) und extrinsische (von der Einbettung in den Raum abhängende) Größen.
Ziel des Seminars sind zwei von Gauss bewiesene Sätze. Der erste, von Gauss "Theorema egregium" (also „herausragendes Theorem") genannt, sagt dass die sogenannte Gausskrümmung, obwohl mit Hilfe des umgebenden Raums definiert, nur durch die inneren metrischen Eigenschaften der Fläche gegeben ist, und daher im Prinzip von einem 2-dimensionalen Bewohner der Fläche bestimmt werden könnte.
Der zweite, der Satz von Gauss-Bonnet, zeigt, wie man mit Hilfe der Krümmung die Anzahl der Löcher in einer Fläche zählen kann: handelt es sich um eine Sphäre ohne Loch, einen Torus, oder einen Rettungsring mit mehreren Löchern.

## Literatur


- Manfredo do Carmo: Curves and Surfaces
- Christian Bär: Elementare Differentialgeometrie; de Greuter
- Marco Abate, Marcelo Tovena: Curves and Surfaces; Springer 2012

## 17 Proseminar: Homotopiegruppen

**Dozent/Art/Credits:** Engelbert Suchla — Proseminar — 3 C

**Prüfung:** Präsentation im Proseminar mit Handout

**Zielgruppe/Sprache:** Ab zweitem Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** Diff 1 und AGLA 1

### Beschreibung

*Homotopie* bedeutet "stetige Verformung", und die *Homotopieklasse* einer Abbildung $f$ besteht aus allen Abbildungen, die man durch so eine stetige Verformung in $f$ verwandeln kann (ohne sie dabei auseinander zu reißen und dann neu zu verbinden).
Wir betrachten die Homotopieklassen von Abbildungen $S^n \to X$, wobei $S^n$ eine *$n$-Sphäre* ist. ($S^1$ ist ein Kreis, $S^2$ eine Kugeloberfläche, usw.) Zwei solche Abbildungen lassen sich immer zu einer neuen verbinden. Das macht aus der Menge von Homotopieklassen eine Gruppe.
Diese *Homotopiegruppen* verraten uns etwas über die Form des Raums $X$ – aber keine genaue Geometrie wie Längen oder Winkel, sondern nur "das Wesentliche", z. B. aus wie vielen Teilen der Raum besteht oder welche Löcher er hat.
Die Definitionen sind anschaulich, es gibt unzählige interessante Beispiele, und viele wichtige Eigenschaften lassen sich einfach durch Bilder beweisen! Und trotzdem gibt es zentrale Fragen, die man zwar ganz leicht versteht, aber die bisher noch niemand beantworten konnte.
In diesem Proseminar werden wir erklären, was Homotopiegruppen sind, ihre Eigenschaften untersuchen, und natürlich viele von ihnen ausrechnen – mal allgemein (z. B. mit dem Satz von van Kampen, der erklärt, wie man die Homotopiegrupen von $X \cup Y$ aus denen von $X$ und $Y$ erhält), und oft ganz konkret. (Was sind z. B. die Homotopiegruppen der Klein'schen Flasche?)
Ganz nebenbei werden wir lernen, wie man neue Gruppen konstruieren und beschreiben kann.

### Literatur


- Tammo tom Dieck: Topologie, de Gruyter
- Klaus Jänich: Topologie, Springer
- Erich Ossa: Topologie, Vieweg
- Allen Hatcher: Algebraic Topology, Cambridge University Press

## 18 Proseminar: Darstellungstheorie endlicher Gruppen

**Dozent/Art/Credits:** Dorothea Bahns — Proseminar — 3 C

**Prüfung:** Präsentation im Proseminar

**TErmin:** Voraussichtlich Dienstag 16-18 Uhr

**Zielgruppe/Sprache:** Ab dem dritten Semester – Deutsch

**Vorkenntnisse:** AGLA 1 und 2

### Beschreibung

Die Darstellungstheorie der endlichen Gruppen wurde bereits im späten 18. Jahrhundert studiert. Von unserer heutigen Warte aus sehen wir diese frühen Ansätze als eine Art Fourier-Analysis, bei der man mit Hilfe der Darstellungen der Gruppe Informationen über die Gruppe selbst gewinnt. Die Darstellungen einer endlichen Gruppe, also im wesentlichen Wirkungen der endlichen Gruppe auf linearen Räumen, sind wiederum mit Methoden der Linearen Algebra analysierbar (Diagnonalisierbarkeit, Eigenwerte etc.), was sich oft als einfacher erweist als rein Gruppentheoretische Überlegungen. Ein sehr frühes Beispiel für die Kraft dieses Ansatzes, das wir auch im Rahmen des Seminars studieren werden, ist der sogenannte $pq$-Satz von Burnside: Eine nicht-Abelsche Gruppe der Ordnung (ein Maß für die Größe) $p^n q^m$, wobei $p$ und $q$ Primzahlen sind, kann nicht einfach sein, besitzt also mehr als nur die triviale Gruppe und sich selbst als Normalteiler. Burnside's Beweis mit Hilfe von Darstellungstheorie ist fast 120 Jahre alt und aus heutiger Sicht (im Rückblick!) verhältnismäßig einfach; ein rein Gruppentheoretischer Beweis wurde erst siebzig Jahre später gefunden.
Wir werden uns im Proseminar im wesentlichen an das Lehrbuch von Steinberg halten, ergänzt um den Klassiker von Serre, und je nach Hörerschaft möglicherweise noch zusätzlich ergänzt um zwei Vorträge zu Anwendungen endlicher Gruppen in der Quanten-Physik.

**Vortragsvergabe:** über StudIP (Wiki) ab Mitte August 2021.

### Literatur


- Benjamin Steinberg, Representation Theory of Finite Groups, Springer 2012
- Jean-Pierre Serre, Finite Groups: an introduction, zum Beispiel in der Neuauflage bei International Press von 2015
- Shlomo Sternberg, Group Theory and Physics, Cambridge University Press 1995

# 19 Proseminar: An introduction to the theory of numbers

**Dozent/Art/Credits:** Evelina Viada – Proseminar – 3 C

**Vorleistung/Prüfung:** Handout + Presentation

**Termin:** Wöchentlich Di 14.00-16:00.

**Zusätzlich:**

**Zielgruppe/Sprache:** Bachelor Studenten / English

**Vorkenntnisse:**

## Description

Numbers have fascinating properties. Some of them are undoubtedly known to you, but others, such as heights or zeta functions, will require you several years of study to be understood. Many others still remain unknown, in spite many brilliant mathematian tried to prove them. For instance the well-known twin prime conjecture remains open. A twin prime is a prime number that is either 2 less or 2 more than another prime number—for example, (41, 43). Are there infinitely many twin prime? This is the twin prime conjecture, and none know the answer, even if we all believe that this is true. In this proseminar you will have to choose a subject in Number Theory, for example from the suggested literature below. You must understand deeply the subject and produce your own examples related to the subject. You must give in a hand-out and present two main theorems on the subject and your examples. The handout has to be well prepared, it must include: An abstract; An introduction; A main section; A section of significant examples and/or applications; A section of exercises; A section of references.

## Literatur

Silverman, Joseph H., 2013, A friendly Introduction to Number Theory, 4th ed., Pearson Education, Upper Saddle River, NJ.
Enzensberger H. M., Der Zahlenteufel: Ein Kopfkassenbuch für alle, die Angst vor der Mathematik haben.

## 20 Proseminar on Invariant Theory

**Dozent/Art/Credits:** Frank Gounelas – Proseminar – 3 C

**Vorleistung/Prüfung:** Presentation

**Termin:** NN

**Zusätzlich:**

**Zielgruppe/Sprache:** Bachelor/Master students / English

**Vorkenntnisse:** Algebra 1. Helpful but not necessary: Moderne Geometrie.

### Description

### Literatur

Mukai's book "Introduction to Invariants and Moduli".

# 21 Seminar on Geometry and Physics

**Dozent/Art/Credits:** Victor Pidstrygach – Seminar – 3 C

**Vorleistung/Prüfung:** Presentation

**Termin:** NN

**Zusätzlich:**

**Zielgruppe/Sprache:** Advanced Bachelor/Master students / English

**Vorkenntnisse:** Classical mechanics, some knowledge in Gauge theory, Spinors, Dirac operators and Representation theory

## Description

The standard model of particle physics is the theory describing three of the four fundamental forces (electromagnetic, weak and strong interaction, not including gravity) and classifying all known elementary particles. While being a very successful theory in physics, the mathematical tools needed to describe it (such as the Yang-Mills equation, spinors and Higgs fields) led to some development in mathematics aswell.
In this seminar, we will study this theory following mainly the second part of the book Mathematical Gauge Theory by Hamilton. We also encourage Physics students to join us!

## Literatur

Hamilton: Mathematical Gauge theory
Further literature will be added shortly.

## 22 Seminar on Mori Theory

**Dozent/Art/Credits:** Frank Gounelas – Seminar – 3 C

**Vorleistung/Prüfung:** Presentation

**Termin:** NN

**Zusätzlich:**

**Zielgruppe/Sprache:** Advanced Bachelor/Master students / English

**Vorkenntnisse:** Algebraic Geometry I/II from 2020/2021

### Description

Intersection theory on higher dimensional varieties. Nef and ample divisors and their cones and Nakai–Moishezon, Kleiman's Theorems. Deformation theory of rational curves and Bend and break. Fano varieties. The cone theorem. Uniruled and rationally connected varieties. (Non-)Vanishing Theorem and the Base Point Free Theorem.

### Literatur

Debarre's "Introduction to Mori theory" notes, or "Higher dimensional algebraic geometry". Also Matsuki's textbook.

# 23 Seminar on Geometric Group Theory

**Dozent/Art/Credits:** Christopher Wulff – Seminar – 3 C

**Vorleistung/Prüfung:** Presentation + handout

**Termin:** NN

**Zusätzlich:**

**Zielgruppe/Sprache:** Bachelor and Master students / English

**Vorkenntnisse:** Basic knowledge about groups and topological spaces

## Description

Geometric group theory is a very active branch of modern mathematics. It studies algebraic properties of finitely generated groups by investigating connections to geometric properties of their Cayley graphs or other topological or metric spaces associated to the groups.
The seminar will introduce us to some basic topics within this vast field. If you are interested in participating, then do not hesitate to contact me as early as possible. Currently I am still able to adjust the seminar plan to the participants' prior knowledge.

## Literatur

Clara Löh, *Geometric Group Theory*, 2017.

# 24 Seminar zum foschenden Lernen: Analytische Geometrie und ihre digitalen Darstellungen vom höheren Standpunkt

**Dozent/Art/Credits:** Sebastian Bauer – Seminar – 5 C

**Vorleistung/Prüfung:** Vortrag und Ausarbeitung

**Termin:** Do 14-16 Uhr

**Zusätzlich:**

**Zielgruppe/Sprache:** Master of Education – deutsch

**Vorkenntnisse:**

## Beschreibung

## Literatur

, .

# 25 Vorbereitungsseminar für das vierwöchige Fachpraktikum

**Dozent/Art/Credits:** Sebastian Bauer, Stefan Halverscheid – Seminar – 8 C

**Vorleistung/Prüfung:** Teilnahme am Praktikum/Praktikumsportfolio

**Termin:**

**Zusätzlich:** begleitend zum vierwöchigen Fachpraktikum

**Zielgruppe/Sprache:** Master of Education

**Vorkenntnisse:**

## Description

## Literatur

## 26 Seminar zur Didaktik des Zahlaufbaus und der Algebra (Sek-I)

**Dozent/Art/Credits:** Sebastian Bauer, Stefan Halverscheid – Seminar – 3 C

**Vorleistung/Prüfung:** Vorleistung: Mitwirkung bei der Gestaltuung einer Seminarsitzung sowie Seminardokumentation in Form eines Portfolios, Prüfung: Mündliche Prüfung über dieses Seminar sowie ein fachdidaktischen Seminar zur Sek-II.

**Termin:** NN

**Zusätzlich:**

**Zielgruppe/Sprache:** Master of Education – deutsch

**Vorkenntnisse:**

### Description

### Literatur

## 27 Oberseminare

- Oberseminar on analysis of partial differential equations – Witt – Fr 10-12
- Oberseminar on Quantum Field Theory – Bahns – Do 14-16
- Oberseminar on non-commutative geometry – Meyer – Mi 14–16

  This seminar is mainly an opportunity for students writing a Bachelor's or Master's thesis or dissertation under my supervision to speak about their results or articles that they are reading right now.
- Oberseminar: Arithmetic Geometry – Viada – TBA
- Oberseminar on number theory – Brüdern – Mo 16-18
- Oberseminar on analytic number theory – Helfgott – Fr 14-16
- Oberseminar on algebratic topology – Schick – Di 14-16
- Oberseminar on geometry and gauge theory – Pidstrygach – Mo 16-18
- Research seminar Pidstrygach – Mi 14-16
- Number theory working seminar – Schindler

## 28 Mathematische Gesellschaft und weitere Termine

`https://www.uni-goettingen.de/de/207450.html`