

Vorlesungskommentar – Wintersemester 23/24 – Wird ständig aktualisiert

Mathematisches Institut der Georg-August-Universität Göttingen

07.09.2023

Einleitung

Der Kommentar gibt einen Überblick über die Veranstaltungen des Mathematischen Instituts im Wintersemester 2023/24. Änderungen sind noch möglich und werden zeitnah eingepflegt. Bitte im Zweifelsfall die Daten aus **Stud.IP**, **Exa** und den ganzen Ordnungen (<https://www.math.uni-goettingen.de/service/ordnungen.html>) beachten oder auch einfach beim entsprechenden Lehrpersonal nachfragen.

Inhaltsverzeichnis

1	Grundvorlesungen	3
1.1	Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung I	3
1.2	Vorlesung: Analytische Geometrie und Lineare Algebra I	5
2	Export	6
2.1	Vorlesung: Mathematische Grundlagen in der Biologie und in der Molekularen Medizin (Mathe für Bio/MolMed)	6
2.2	Vorlesung: Mathematik für Stud. der Physik I (MaPhy I)	7
2.3	Vorlesung: Mathematik für Stud. der Physik III (MaPhy III)	8
2.4	Vorlesung: Diskrete Math. für Stud. der Informatik (DiMa)	9
3	Vorlesungen ab dem 3. Semester	10
3.1	Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung III	10
3.2	Vorlesung: Algebra	11
3.3	Vorlesung: Gruppentheorie	12
3.4	Lecture: An Introduction to Algebraic Geometry	13
3.5	Vorlesung: Spektraltheorie (in Hilbert-Räumen)	14
4	Zyklus-Vorlesungen	17
4.1	Vorlesung: SP1 Z1 Abstract Harmonic Analysis	17

4.2	Vorlesung: SP2 Z1 Kategorientheorie	18
4.3	Vorlesung: SP2 Z1 Riemannian Geometry	19
4.4	Vorlesung: SP1 Z3 Alg. Topologie Fortsetzung	21
4.5	Vorlesung: SP 2 Z3 ANT III	22
5	Proseminare	23
5.1	Proseminar: Multilineare Algebra	23
6	Seminare	24
6.1	Seminar: Bordism and the Hirzebruch signature theorem	24
6.2	Seminar: Spectral Sequences	26
6.3	Seminar: Topics in analytic number theory	28
6.4	Seminar: Geometric Measure Theory	29
6.5	Seminar on Surreal Numbers	31
6.6	Seminar: Topological Methods in Condensed Matter Physics	32
6.7	Seminar: Mathematische Zaubertricks	33
6.8	Seminar: The arithmetic of elliptic curves	35
7	Oberseminare – Advanced Seminars	36
8	Mathematische Gesellschaft und weitere Termine	37

1 Grundvorlesungen

1.1 Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung I

Dozent/Art/Credits: Victor Pidstrygach – Vorlesung mit Übung – 9 C

Assistenz: Marcel Bigorjaski

Vorlesungen: Mo, Do, 10-12, Präsenz, Maximum

Übungen: Mittwoch, 8-10, 10-12, 12-14

Zusätzlich: Saalübung Di. 8-10 und Tutorium Mi. 14-18

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Zielgruppe/Sprache: Erstes Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Keine

Beschreibung

In dieser ersten Vorlesung zur Differenzial- und Integralrechnung werden wir folgende Themen behandeln:

1. Grundlagen. Reelle und komplexe Zahlen.
2. Folgen, Grenzwerte, Cauchyfolgen. Konvergenzkriterien. Reihen.
3. Grundbegriffe der Topologie.
4. Stetigkeit. Zwischenwertsatz, der Satz vom Maximum und Minimum. Gleichmäßige Stetigkeit. Funktionenfolgen und Elementarfunktionen.
5. Differenzierbarkeit, Leibniz- und Kettenregel. Extrema. Taylorreihe.
6. Integralrechnung. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung. Partielle Integration, Substitutionsregel.

Literatur

- W. Rudin: Analysis. Oldenbourg, München, 2005.
Englisches Original: Principles of Mathematical Analysis. McGraw-Hill, New-York, 1987.
(Eine klare, elegante und fokussierte Darstellung.)
- K. Königsberger: Analysis I. Springer, Berlin/Heidelberg, 2004.

- T. Tao: Analysis I. Springer, Fourth edition, 2022.
(Viele Details über die Grundlagen der Zahlen. An vielen Stellen unterschiedliche Herangehensweise als in den meisten anderen Texten.)
- B. Gelbaum, J. Olmsted: Counterexamples in Analysis. Holden-Day , San Francisco, 1964. (Nachdruck: Dover, Mineola, 2003).
(Enthält Gegenbeispiele aus allen Gebieten der Analysis.)

1.2 Vorlesung: Analytische Geometrie und Lineare Algebra I

Dozent/Art/Credits: Federico Vigolo – Vorlesung mit Übung – 9 C

Assistenz: N.N.

Vorlesungen: Di, Fr, 10-12, Präsenz, Maximum

Übungen: Do, 16-18, Fr, 8-10, 12-14

Zusätzlich: Saalübung Do 8-10 und Tutorium Fr 14-18.

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Zielgruppe/Sprache: Erstes Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Keine

Beschreibung

Literatur

2 Export

2.1 Vorlesung: Mathematische Grundlagen in der Biologie und in der Molekularen Medizin (Mathe für Bio/MolMed)

Dozent/Art/Credits: Stefan Wiedmann – Vorlesung mit Übung – 6 C

Assistenz: N.N.

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Vorlesung: Mi. 8–10.

Übungen: Do. 14–16, 16–18, 18–20

Zusätzlich: Tutorium zur Hausaufgabenhilfe Montag 16–20

Zielgruppe/Sprache: Erstes Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Solide Grundkenntnisse der Schulmathematik im Rahmen eines Grundkurses. Teilnahme an universitären Vorkursen empfohlen.

Beschreibung

Wir behandeln grundlegende Themen der Analysis und der linearen Algebra. Soweit die Zeit reicht werden zum Abschluss Themen der Dynamik behandelt (Populationsdynamik, Zerfalls- und Wachstumsprozesse).

Literatur

- Ina Kersten, *Mathematische Grundlagen in Biologie und Geowissenschaften*, Universitätsdrucke Göttingen.

2.2 Vorlesung: Mathematik für Stud. der Physik I (MaPhy I)

Dozent/Art/Credits: Dorothea Bahns – Vorlesung mit Übung – 12 C

Assistenz: Roberta Iseppi

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Vorlesungen:

Übungen:

Zusätzlich: Saalübung, Tutorium

Zielgruppe/Sprache: Physikstudierende im ersten Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Solide Grundkenntnisse der Schulmathematik im Rahmen eines Grundkurses. Teilnahme an universitären Vorkursen empfohlen.

Beschreibung

Wir behandeln grundlegende Themen der Analysis und der linearen Algebra mit gelegentlichen physikalischen Anwendungen.

2.3 Vorlesung: Mathematik für Stud. der Physik III (MaPhy III)

Dozent/Art/Credits: Ralf Meyer – Vorlesung mit Übung – 6 C

Assistenz: N.N.

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Vorlesungen:

Übungen:

Zusätzlich: Saalübung, Tutorium

Zielgruppe/Sprache: Physikstudierende im dritten Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Kenntnisse der Inhalte aus MaPhy I, II

Beschreibung

Die Themen dieser Vorlesung sind Funktionentheorie und Funktionalanalysis. Ersteres heißt differenzierbare Funktionen auf den komplexen Zahlen. Wir haben ja schon in MaPhy1 kurz angesprochen, dass komplex differenzierbare Funktionen immer in Taylorreihen entwickelt werden können. Sie haben auch noch viele andere nützliche Eigenschaften. Funktionanalysis verallgemeinert Analysis und lineare Algebra auf unendlichdimensionale Vektorräume. Um dort überhaupt sinnvoll arbeiten zu können, braucht es eine Norm oder eine Metrik, in der dieser Raum vollständig ist. Besonders einfach funktioniert alles in Hilberträumen, deren Norm von einem Skalarprodukt kommt. In diesem Rahmen werden wir Orthonormalbasen verallgemeinern und damit wichtige Aussagen verallgemeinern. Ein wichtiges Ziel ist die Verallgemeinerung der Eigenwerttheorie, die allerdings ganz anders funktioniert. Eigenwerte werden durch das Spektrum ersetzt, es braucht auch das Spektralmaß und den Funktionalkalkül. Bestimmte Klassen von Operatoren haben jedoch auch in unendlichen Dimensionen Eigenwerte, wir werden hierfür einige Beispiele finden. Die Funktionalanalysis ist eine Grundlage für die mathematische Formulierung der Quantenmechanik. In der Quantenfeldtheorie werden auch Sätze aus der Funktionentheorie benutzt.

Literatur zu dieser Vorlesung ist deshalb problematisch, weil Funktionentheorie und Funktionalanalysis unabhängige Themen sind, die normalerweise in verschiedenen Büchern behandelt werden. Es gibt dickere Bücher zu den mathematischen Methoden der Physik, die auch diese Themen behandeln, allerdings dann meistens auch noch viele andere Dinge. Insofern plane ich nicht, einem bestimmten Buch zu folgen. Der Themenumfang sollte ähnlich sein wie in meiner letzten MaPhy3-Vorlesung, insofern können Sie sich auf Wunsch mit den alten Vorlesungsaufzeichnungen und schriftlichen Notizen vorbereiten.

2.4 Vorlesung: Diskrete Math. für Stud. der Informatik (DiMa)

Dozent/Art/Credits: Evelina Viada – Vorlesung 9 C

Assistenz: Victoria Cantoral Farfán

Vorleistung/Prüfung: 50% der Übungen und Vorrechnen – Klausur

Vorlesungen:

Übungen:

Zielgruppe/Sprache: Studierende der Informatik 1. Semester / Deutsch

Vorkenntnisse: Solide Grundkenntnisse der Schulmathematik im Rahmen eines Grundkurses. Teilnahme an universitären Vorkursen empfohlen.

Beschreibung

Diese Vorlesung richtet sich an Studierende der Informatik und gibt einen Überblick über die wichtigsten Bereiche der diskreten Mathematik. Alle Themen werden eingeführt, ohne dass dabei tieferes mathematisches Vorwissen vorausgesetzt ist. Die Übungen sind Pflicht und sind notwendig, um die Inhalte zu verstehen. Die behandelten Themen sind:

- Grundlagen der Mathematik und Logik,
- Natürliche Zahlen und vollständige Induktion,
- Elementare Zahlentheorie,
- Elementare Kombinatorik,
- Graphentheorie,
- Restklassenringe und das RSA-Verschlüsselungsverfahren,
- Algebraische Strukturen (Gruppen, Ringe und Körper) (Falls Zeit)

Literatur

- [1] L. Pottmeyer, Diskrete Mathematik: Ein kompakter Einstieg, Springer Spektrum, 2019
- [2] M. Aigner, Diskrete Mathematik, 5th ed., Vieweg Studium: Aufbaukurs Mathematik, Friedr. Vieweg & Sohn, Wiesbaden, 2004.
- [3] J. Matoušek and J. Nešetřil, Diskrete Mathematik: Eine Entdeckungsreise, 2nd ed., Springer, 2007.
- [4] A. Steger, Diskrete Strukturen, Band 1: Kombinatorik, Graphentheorie, Algebra, 2nd ed., Springer, 2007.
- [5] G. Teschl and S. Teschl, Mathematik für Informatiker, Band 1: Diskrete Mathematik und Lineare Algebra, 4th ed., Springer, 2013.

3 Vorlesungen ab dem 3. Semester

3.1 Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung III

Dozent/Art/Credits: Ingo Witt – Vorlesung mit Übung – 9 C

Assistenz: Christian Jäh

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Vorlesungen: 4 SWS

Übungen: 2 SWS

Zielgruppe/Sprache: Ab drittem Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Diff I, II; AGLA I, II.

Beschreibung

In diesem dritten Kurs zur Differenzial- und Integralrechnung werden wir uns mit der Analysis auf Mannigfaltigkeiten beschäftigen. Aus dem vorigen Semester kennen Sie bereits Untermannigfaltigkeiten des n -dimensionalen euklidischen Raums \mathbb{R}^n als Beispiele. Sie wissen, wie man über diese Untermannigfaltigkeiten integriert. Sie haben auch den Satz von Gauß gesehen, der den Fundamentalsatz der Differenzial- und Integralrechnung von einer auf mehrere Dimensionen überträgt.

All diese Dinge sind jetzt auf beliebige Mannigfaltigkeiten geeignet zu verallgemeinern.

Im Einzelnen werden wir folgende Themen behandeln:

- Kurven in der Ebene und Kurven und Flächen im Raum einschließlich deren Krümmung,
- Differenzierbare Mannigfaltigkeiten: Grundbegriffe, Tangentialbündel, Vektorfelder,
- Differenzialformen: Tensorbündel, Integration von Differenzialformen, Satz von Stokes,
- De-Rham-Kohomologie: Kohomologiegruppen, Mayer-Vietoris-Sequenz, Poincaré-Dualität, Berechnung von Beispielen.

Literatur

- [1] R. Bott and L. W. Tu, *Differential forms in algebraic topology*. Springer, New York, 1982.
- [2] K. Jänich, *Vektoranalysis*. Springer, Berlin, 2005.
- [3] J. M. Lee, *Introduction to smooth manifolds*. Springer, New York, 2013.

3.2 Vorlesung: Algebra

Dozent/Art/Credits: N.N. – Vorlesung mit Übung – 9 C

Assistenz: Jonas Baltes

Vorleistung/Prüfung: 50% der Hausaufgaben und Vorrechnen – Klausur

Vorlesungen: TBA

Übungen: TBA

Zielgruppe/Sprache: Ab drittem Semester – Deutsch

Vorkenntnisse: Pflichtkurse des ersten Studienjahrs.

Beschreibung

Wir behandeln die wichtigsten algebraischen Strukturen: Gruppen, Ringe, Polynome und Körper. Konzepte und Methoden, die in dieser Vorlesung vorgestellt werden, gehen in viele weiterführende Veranstaltungen ein, ein Kurs über Algebra gehört deshalb zu jedem soliden Mathematikstudium und ist für das dritte Semester empfohlen.

Der Kanon für eine Algebra-Vorlesung ist seit langer Zeit stabil, deshalb gibt es viele gute und schlechte und alte und neue Bücher, die fast immer denselben Stoff behandeln.

Literatur

-

3.3 Vorlesung: Gruppentheorie

Dozent/Art/Credits: Stuhler - Vorlesung mit Übung, 6 C.

Assistenz: N.N.

Vorlesungen: Do., 12 – 14 Uhr

Übungen: Termin nach Vereinbarung in der Vorlesung

Zielgruppe/Sprache: Ab drittem Semester / Deutsch

Vorkenntnisse: Grundvorlesungen

Beschreibung

Für nahezu jede mathematische Struktur ist die Frage nach ihrer Symmetriegruppe (oder etwas formeller: Automorphismengruppe) interessant und produziert neue Einsichten. Das beginnt klassisch bei Lagrange, Gauss, Abel und dann vor allem Galois mit der Frage nach der Symmetriegruppe einer polynomialen Gleichung über einem fixierten Körper. Dieser Wechsel des Gesichtspunktes liefert Antworten auf teils Jahrhunderte alte Fragen. Aber auch wenn das Gebiet der Gruppentheorie also altherwürdig ist (die vermutlich erste akademische Vorlesung darüber wurde übrigens hier in Göttingen 1855/56 von Richard Dedekind als jungem Privatdozenten gehalten) liefert es immer noch neue und teils dramatische Anstöße zur modernen Forschung. Erwähnt seien nur die Klassifikation der sog. endlichen einfachen Gruppen als elementare Bausteine aller endlichen Gruppen sowie der Komplex von Fragen, die unter dem Stichwort „moonshine“ laufen. (siehe unten z.Bsp. das Buch von du Sautoy). Themen für das zu erwartende Programm sind: Grundlegende Begriffe, dann zum Beispiel Sylowsche Sätze, Hauptsatz über abelsche Gruppen und insbesondere einige Anwendungen zur elementaren Zahlentheorie, Satz von Maschke und etwas Darstellungstheorie endlicher Gruppen, kurze Einführung endlicher Körper und klassische lineare Gruppen über endlichen Körpern als Vertiefung der linearen Algebra. Etwas über die sog. sporadischen Gruppen. Schließlich eine informelle (ohne Topologie-Vorlesung) Einführung der Fundamentalgruppe als eines ganz zentralen Begriffs der Mathematik.

Literatur

- M. Aschbacher: Finite group theory / Cambridge Univ.Press (2000).
- M. Aschbacher: Sporadic groups / Cambridge Univ.Press(1994)
- M. Hall: The theory of groups / Reprint Chelsea Publ.Comp.(1968).
- H. Kurzweil: Theorie der endlichen Gruppen: eine Einführung/Berlin,Springer(1998).
- M. du Sautoy: Die Mondscheinsucher / C.H.Beck(2008).

3.4 Lecture: An Introduction to Algebraic Geometry

Dozent/Art/Credits: Evelina Viada - Vorlesung mit Übung, 6 C.

Assistenz: N.N.

Lecture: Di. 12–14

Übungen: TBA

Vorleistungen/Prüfung TBA

Zielgruppe/Sprache: English, BSc \geq 3 Sem. or MSc

Vorkenntnisse: Algebra and algebraic number theory, some basic topology.

Content

Polynomial rings, affine and projective varieties, Zariski topology, resultants, Hilbert Nullstellensatz, plane curves, Bézout theorem.

Literatur

M.F. Atiyah, I.G. Macdonald: Introduction to commutative algebra. Addison- Wesley, Reading, Mass. (1969).

W. Fulton: Algebraic Curves: an introduction to algebraic geometry. Benjamin (1969).

J. Harris: Algebraic Geometry: a first course. Springer Verlag GTM 133 (1992).

R. Hartshorne: Algebraic geometry. Springer-Verlag GTM 52 (1977).

I.R. Shafarevich: Basic algebraic geometry. Springer-Verlag (1972).

3.5 Vorlesung: Spektraltheorie (in Hilbert-Räumen)

Dozent/Art/Credits: Jäh / Vorlesung / 3 C

Vorlesungen:

Zielgruppe/Sprache: Ab drittem Semester / Deutsch (should the need arise, the lectures may be give in English)

Vorkenntnisse: Differenzial- und Integralrechnung I & II sowie Lineare Algebra I & II. Vorkenntnisse in Funktionalanalysis und Funktionentheorie sind hilfreich aber nicht Voraussetzung.

Einführung Gegenstand der Spektraltheorie sind Eigenwertprobleme für lineare Operatoren in Hilbert-Räumen. In Verallgemeinerung des aus der Linearen Algebra bekannten endlich-dimensionalen Falles, treten dabei neben Eigenwerten noch weitere Teile des „Spektrums“ auf, die für Theorie und Anwendungen bedeutsam sind; beispielsweise sind die messbaren Größen in der Quantenphysik Eigenwerte gewisser Operatoren. [6] Siehe beispielsweise [9] für einige historische Anmerkungen.

Lineare Operatoren und ihre Spektraltheorie [4, 5] spielen eine entscheidende Rolle in weiten Teilen der Analysis, beispielsweise bei der Fourier-Analyse zeitabhängiger Probleme und bei Schwingungsphänomenen jeder Art, die in der Regel als partielle Differentialgleichungen formuliert sind. [3, 4, 6] Auch für nichtlineare Probleme ist die lineare (Spektral-)Theorie oft von wichtiger Bedeutung. In der mathematischen Physik, insbesondere der Quantenmechanik, kommt der Spektraltheorie von Differentialoperatoren eine zentrale Rolle zu. So erlaubt der Spektralsatz beispielsweise eine Lösung der Schrödinger-Gleichung $i\partial_t u = \Delta u$, $u(0) = u_0$ durch $u(t) = e^{-it\Delta} u_0$ in geeigneten Funktionenräumen.

Es werden noch keine weiteren Kenntnisse in Funktionalanalysis vorausgesetzt. Wir werden die notwendigen Kenntnisse im Rahmen der Vorlesung erarbeiten. Insbesondere folgen wir Borthwicks Text [2] und konzentrieren uns auf separable Hilbert-Räume und entwickeln von Anfang an die Theorie unbeschränkter Operatoren statt diese nur als Nachsatz zu den beschränkten zu behandeln. Wir werden so zügig wie möglich Anwendungen auf partielle Differentialgleichungen einführen. [2, 3] Weitere Empfohlene Literatur ist [1, 3–7] und [8, 9].

Stichpunkte zum Inhalt Ich werde zurechtgeschnittene Vorlesungsnotizen zur Verfügung stellen. Die hier aufgezählten Abschnitte beziehen sich direkt auf [2] und die Vorstellung in der Vorlesung mag naturgemäß davon an der ein oder anderen Stelle abweichen. Sie soll den interessierten als Orientierung dienen. Zur Vorlesung gehören pro Woche etwa 0.5-1h Selbststudium mit dem Skript.

- **Hilberträume** (Kapitel 2 in [2])
Normierte Vektorräume, L^p -Räume, beschränkte Abbildungen, Hilberträume, Sobolew-Räume, Orthogonalität, Orthonormal-Basen.

- **Operatoren** (Kapitel 3 in [2])
Unbeschränkte Operatoren, Adjungierte, abgeschlossene Operatoren, Symmetrie und Selbstadjungiertheit
- **Spektrum und Resolvente** (Kapitel 4 in [2])
Definition und Beispiele, Resolventen, Spektrum selbstadjungierter Operatoren
- **Spektralsatz** (Kapitel 5 in [2])
Unitäre Operatoren, Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren (Spektralmaß- und Multiplikationsoperatorvariante), Funktionalkalkül, Spektralzerlegung.
Ausweitung des Spektralsatzes auf normale Operatoren.
- **Der Laplace Operator mit Randbedingungen** (Kapitel 6 in [2])
Selbstadjungierte Fortsetzung, diskretes Spektrum, Regularität der Eigenfunktionen, Min–Max–Prinzip der Dirichlet–Eigenwerte, Asymptotik der Dirichlet–Eigenwerte.

Wenn Interesse besteht und genug Zeit übrig ist, könnten wir am Ende noch den Schrödinger-Operator und als Beispiel das Wasserstoffatom behandeln.

Qualifikationsziele Studierende sollen

- die Relevanz spektralanalytischer Methoden für konkrete Probleme, etwa aus der Theorie der partiellen Differentialgleichungen oder Fragestellungen der Physik, erkennen und einschätzen lernen sowie sich das notwendige grundlegende Instrumentarium (siehe Sektion 3) zum Lösen dieser Probleme aneignen.
- in der Lage sein die allgemeine Theorie auf Integral- und Differentialoperatoren anzuwenden und die Bedeutung der spektraltheoretischen Methoden in der Analysis/Mathematik sowie anderer Wissenschaften, insbesondere der Physik, erkennen.
- die Beziehungen der Spektraltheorie zu anderen Bereichen der Mathematik und zu anderen Wissenschaften, wie der (mathematischen) Physik erkennen,
- mathematische Arbeitsweisen einüben, insbesondere die Weiterentwicklung von mathematischer Intuition und deren formaler Begründung, Schulung des Abstraktionsvermögens sowie der Beweisführung.
- in die Lage versetzt werden, die weiterführende wissenschaftliche Literatur zum Thema zu lesen.

Voraussetzungen Notwendig sind Analysis I und II sowie Lineare Algebra I und II. Sollten Sie in Analysis II keine allgemeine Maßtheorie behandelt haben, ist Maßtheorie hilfreich, das notwendige Wissen zum Lebesgue-Stieltjes-Maß kann aber auch zügig im Selbststudium erarbeitet werden. Ein paar Aussagen aus der Funktionentheorie werden wir hier und da verwenden. Diese können ohne großen Aufwand erarbeitet werden und es wird Notizen dazu geben. Eine Einführung in die Funktionentheorie gehört zu haben kann aber hilfreich sein.

Arbeitsaufwand und Prüfung

- Präsenzzeit: 14 Vorlesungen + Prüfungszeit.
- Selbststudium: Etwa 1-3 Stunden pro Woche Nacharbeit; siehe auch Sektion 2. Vertiefung der Studieninhalte insbesondere durch häusliche Nachbearbeitung des Vorlesungsinhaltes mithilfe des Skriptes und der angegebenen Literatur sowie Internetrecherche. Weiterhin sollten die Übungsaufgaben bearbeitet werden, eine Abgabe ist aber nicht Voraussetzung für die Prüfung.
- Die Prüfung erfolgt mündlich oder als Klausur. Die Prüfungsform wird für alle gleichmäßig nach Absprache in der ersten Vorlesungswoche festgelegt.

Literatur

- [1] William Arveson, *A short course on spectral theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 209, Springer-Verlag, New York, 2002.
- [2] David Borthwick, *Spectral theory—basic concepts and applications*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 284, Springer, Cham, 2020.
- [3] Christophe and Raymond Chevry Nicolas, *A guide to spectral theory—applications and exercises*, Birkhäuser Advanced Texts: Basler Lehrbücher., Birkhäuser/Springer, Cham, 2021.
- [4] E. Brian Davies, *Linear operators and their spectra*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol. 106, Cambridge University Press, Cambridge, 2007.
- [5] Manfred and Ward Einsiedler Thomas, *Functional analysis, spectral theory, and applications*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 276, Springer, Cham, 2017.
- [6] Brian C. Hall, *Quantum theory for mathematicians*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 267, Springer, New York, 2013.
- [7] Paul R. Halmos, *Introduction to Hilbert space and the theory of spectral multiplicity*, AMS Chelsea Publishing, Providence, RI, 1998. Reprint of the second (1957) edition.
- [8] P. R. Halmos, *What does the spectral theorem say?*, Amer. Math. Monthly **70** (1963), 241–247, DOI 10.2307/2313117.
- [9] L. A. Steen, *Highlights in the history of spectral theory*, Amer. Math. Monthly **80** (1973), 359–381, DOI 10.2307/2319079.

4 Zyklus-Vorlesungen

4.1 Vorlesung: SP1 Z1 Abstract Harmonic Analysis

Dozent/Art/Credits: Ralf Meyer - Vorlesung mit Übung, 9 C.

Assistenz: N.N.

Vorlesungen: 4 hours

Übungen: 2 hours

Zielgruppe/Sprache: 3rd year Bachelor and Master students/language: English

Vorkenntnisse: functional analysis

Beschreibung

This class deals with the unitary representations of groups, especially compact and Abelian groups, and some examples like the Heisenberg group. The starting point of Harmonic Analysis is the Fourier transform for functions on the circle. This may be viewed as the decomposition of the regular representation of the circle group into irreducible representations. More generally, for compact groups it is true that any representation decomposes as a direct sum of irreducible representations, and the latter are finite-dimensional and may be classified for concrete examples of compact groups. We will carry this out at least for the group $SU(2)$. For all Abelian locally compact groups, we will introduce an analogue of the Fourier transform on the real numbers or the circle group. Then we will study the irreducible representations of the Heisenberg group. If time permits, we may consider the more general case of nilpotent Lie groups, where the results are similar to the Heisenberg group, and look into induced representations as a tool to describe the representation theory of more complicated groups. This lecture assumes functional analysis and basic mathematical competence. In particular, students should already be familiar with Hilbert spaces, and some form of spectral theory for selfadjoint operators on Hilbert spaces.

The harmonic analysis lecture is intended not just as the first part of my own cycle of lectures. Advanced lectures in the direction of mathematical physics or PDE may also use such this course as a prerequisite. Some structural changes to our study programme are currently being discussed, which would include offering harmonic analysis courses regularly each year.

The full cycle of lectures is described on my home page, see https://www.uni-math.gwdg.de/rameyer/website/2023-5_cycle.html

Literatur

Folland, Abstract Harmonic Analysis.

4.2 Vorlesung: SP2 Z1 Kategorientheorie

Dozent/Art/Credits: Cheng Chang Zhu - Vorlesung mit Übung, 9 C.

Assistenz: N.N.

Vorlesungen: TBA

Übungen: TBA

Zielgruppe/Sprache: TBA/englisch

Vorkenntnisse: TBA

Beschreibung

Literatur

4.3 Vorlesung: SP2 Z1 Riemannian Geometry

Dozent/Art/Credits: Thomas Schick - Vorlesung mit Übung, 9 C.

Assistenz: Rosa Marchesini (?)

Vorlesungen: 4 hours

Übungen: 2 hours

Zielgruppe/Sprache: Bachelor students mathematics 3rd year (or more advanced)/English

Vorkenntnisse: We assume a solid understanding of the basis courses AGLA I+II and Analysis I+II, or any full first year courses in linear algebra and in analysis.

The course “Analysis III” is relevant for the lecture and prepares some of the aspects of the courses. In particular, the concept of smooth manifold and tangent space is needed and used from the start. This knowledge could be acquired via individual studies within one or two weeks before the semester and I’m happy to give advice on appropriate literature for that. So: having taken the course “Analysis III” is not strictly a requirement.

Beschreibung

Riemannian geometry deals with the geometric aspects of smooth manifolds.

The starting point of this theory are surfaces embedded in Euclidean space \mathbb{R}^3 and their intrinsic geometric features. We expect intuitively that the sphere is curved while a flat plane is not, and a saddle is curved in a different way, and indeed, that these notions of curvature are intrinsic.

More systematically, a smooth manifold is often naturally equipped with a Riemannian metric: a rule to determine length and angle of tangent vectors. This gives rise to concepts like geodesics (length-minimizing curves) and the Riemann curvature tensor. The features of these and their relation (among themselves and with the global topology) will be studied in the course. Concretely this means (list a bit tentative towards the end):

- We will introduce Smooth manifolds and Riemannian metrics on them.
- We will define the concept of geodesic and of energy of a curve.
- We will prove existence (and uniqueness) of geodesics and introduce basic properties (length minimizer, energy minimizer, solving the geodesic ODE)
- We will construct the Riemannian exponential map from the tangent space to the manifold and study its basic properties (diffeomorphism near zero)
- We will introduce the Riemannian Curvature tensor and its smaller cousins: Ricci curvature and scalar curvature
- We will prove the Hopf-Rinow theorem: if we are in negative curvature and all loops are contractible: there are globally unique geodesics.

- We will introduce Jacobi fields governing the variation of geodesics and the cut locus where geodesics cut themselves.
- We will learn about Myer's theorem limiting the diameter if the Ricci curvature is positive.
- We will study Riemannian submersions and compute their curvature tensor.

This is a course completing and complementing the education in geometry/topology, but it is independent from the classes Algebraic Topology 1 and 2 of the last semester.

Literatur

There are many nice books introducing into Riemannian geometry. So far, it is not planned that the course will strictly follow a particular one. As additional reading, I suggest to look into several of them and check which style suits best. My favorite is probably Gallot, Hulin, Lafontaine. Note that it all goes back to Gauss, compare the essay of Dombrowski (which includes the original).

The books on curves and surfaces have a different focus (and also different level), but certainly serve as a nice introduction.

- [1] Christian Bär, *Elementary differential geometry*, Cambridge University Press, Cambridge, 2010. Translated from the 2001 German original by P. Meerkamp. MR2664879
- [2] Manfredo Perdigão do Carmo, *Riemannian geometry*, Mathematics: Theory & Applications, Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1992. Translated from the second Portuguese edition by Francis Flaherty. MR1138207
- [3] Peter Dombrowski, *150 years after Gauss' "Disquisitiones generales circa superficies curvas"*, Astérisque, vol. 62, Société Mathématique de France, Paris, 1979. With the original text of Gauss. MR535996
- [4] Sylvestre Gallot, Dominique Hulin, and Jacques Lafontaine, *Riemannian geometry*, 3rd ed., Universitext, Springer-Verlag, Berlin, 2004. MR2088027
- [5] Jürgen Jost, *Riemannian geometry and geometric analysis*, 7th ed., Universitext, Springer, Cham, 2017. MR3726907
- [6] John M. Lee, *Introduction to Riemannian manifolds*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 176, Springer, Cham, 2018. Second edition of [MR1468735]. MR3887684
- [7] Peter Petersen, *Riemannian geometry*, 3rd ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 171, Springer, Cham, 2016. MR3469435

4.4 Vorlesung: SP1 Z3 Alg. Topologie Fortsetzung

Dozent/Art/Credits: Thomas Schick - Seminare mit Prüfung 6 C.

Zeitumfang: 4 hours

Zielgruppe/Sprache: students with solid knowledge in algebraic topology, typically advanced bachelor or Master

Vorkenntnisse: Knowledge of the contents of algebraic topology 1 and 2

Beschreibung

We offer the option, to take an exam in the module "Aspects of algebraic topology", based on the contents of the two seminars in algebraic topology "Spectral sequences" and "Bordism and the Hirzebruch signature theorem" (instead of credit points for the seminars). Significant part of the exam will be delivering of talk(s); the details will be discussed individually.

Literatur

4.5 Vorlesung: SP 2 Z3 ANT III

Dozent/Art/Credits: Damaris Schindler - Vorlesung mit Übung, 9 C.

Assistenz: N.N.

Vorlesungen:

Übungen:

Zielgruppe/Sprache: English

Vorkenntnisse: Algebra, elementary number theory

Beschreibung

This course is officially part 3 in the cycle analytic number theory - and I hope of interest to those who have already participated in part 1 and part 2. However, the course is going to be developed in a way that you can also join it if you haven't participated in part 1 or part 2 before, as we plan to cover complementary material. The course will contain some basic algebraic number theory, some aspects of Diophantine approximation as well as lattice point counting techniques. More information will appear on the StudIP page. If you are looking for something to deepen your understanding in topics that are building on part 1 and part 2 of the cycle, then you might find the seminar 'Topics in analytic number theory' of interest.

Literatur

5 Proseminare

5.1 Proseminar: Multilineare Algebra

Dozent/Art/Credits: Dorothea Bahns – Proseminar – 3C

Zielgruppe: 2. Studienjahr BSc

Vorkenntnisse: Grundvorlesungen

Vorbesprechung:

Beschreibung

Multilineare Abbildungen, die Tensoralgebra über einem Vektorraum, die äußere Algebra, Differentialformen auf \mathbb{R}^n , Tensorkalkül, Transformationsverhalten, Graßmann-, Ko- und Hopf-Algebren. Anwendungen: Darstellungstheorie, mathematische Physik („Pseudoskalare“, „Pseudovektoren“ etc.)

Vorläufiger Termin: Montag 16-18 Uhr.

Modul B.Mat.3215: Proseminar im Zyklus Mathematische Methoden der Physik

Modul B.Mat.3223: Proseminar im Zyklus Algebraische Strukturen

Literatur

Werner Greub, Multilinear Algebra, Springer 2012

6 Seminare

6.1 Seminar: Bordism and the Hirzebruch signature theorem

Dozent/Art/Credits: Thomas Schick – Seminar – 3C

Zielgruppe: 3. Jahr BSc oder MSc

Vorkenntnisse: Algebraic topology 1 and 2

Vorbesprechung: TBA

Description

The concept of bordism started out as a way to classify manifolds upto a suitably wide equivalence relation to make the (otherwise impossible) task of classification more doable. It developed into a full-fledged and beautiful theory which proved very useful in algebraic and geometric topology and also in global analysis and index theory.

Throughout bordism theory, the tangent bundle and constructions based on it are fundamental. This requires to also cover quite a bit of the theory of vector bundles in the seminar.

The idea of bordism is used to collect the bordism classes of compact manifolds into a nice algebraic object: the bordism groups (and even the graded bordism ring). Moreover, taking into account that manifolds often live inside some other space (and generalizing this), one gets to the point to define a full fledged (generalized) homology theory based on the idea of bordism (actually: several, depending on extra structure like orientation which is taken into account).

It turns out that there is a very powerful way to identify the geometric idea of bordism with homotopy theoretic concepts. This goes under the name of “Pontryagin-Thom construction”. The keywords to make it work are “embedding” and “transversality”. They show that bordism groups are homotopy groups of certain spaces, called “Thom spaces”. Big surprise: these can often be computed very well.

The concept of bordism allowed Hirzebruch to give a beautiful relation between the signature of a given oriented manifold and cohomological invariants which can be computed locally from the tangent bundle: the famous Hirzebruch signature theorem. To define these cohomological invariants one needs a surprising relation between new algebraic concepts (multiplicative sequences) and topology.

The goal of the seminar is now clear:

- introduce bordism
- understand its fundamental properties (all the way to “its a generalized homology theory”)
- understand the Pontryagin-Thom construction

- compute bordism using the Thom spaces
- use this computation to prove the Hirzebruch signature theorem
- develop/introduce the relevant background (like vector bundle theory, characteristic classes, Serre theory of homotopy groups, . . .)

We will follow a mix of several references, and will often start with later chapters. This means that it could be interesting and helpful for the preparation of a presentation to have a look at earlier chapters. As a general rule, we will not be able to prove all the results which will be used in the course. Instead, the presentation will present them and then base further arguments on them.

Literature

- [1] James F. Davis and Paul Kirk, *Lecture notes in algebraic topology*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 35, American Mathematical Society, Providence, RI, 2001. MR1841974
- [2] Friedrich Hirzebruch, *Topological methods in algebraic geometry*, Classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 1995. Translated from the German and Appendix One by R. L. E. Schwarzenberger; With a preface to the third English edition by the author and Schwarzenberger; Appendix Two by A. Borel; Reprint of the 1978 edition. MR1335917
- [3] John W. Milnor, *Topology from the differentiable viewpoint*, Princeton Landmarks in Mathematics, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1997. Based on notes by David W. Weaver; Revised reprint of the 1965 original. MR1487640
- [4] John W. Milnor and James D. Stasheff, *Characteristic classes*, Annals of Mathematics Studies, No. 76, Princeton University Press, Princeton, N. J.; University of Tokyo Press, Tokyo, 1974. MR0440554

6.2 Seminar: Spectral Sequences

Dozent/Art/Credits: Thomas Schick – Seminar – 3C

Zielgruppe: 3. Jahr BSc oder MSc

Vorkenntnisse: Algebraic topology 1 and 2

Vorbesprechung: already occurred, contact TS directly for further enquiries

Description

Algebraic topology combines homological tools (typically in the form of homological algebra) with topological ideas to obtain computable information about topological spaces. This allows us to distinguish the surfaces of different genus or to prove fixed point theorems.

When the basic set of tools reaches its limit, one has to develop and apply a more sophisticated toolbox. The seminar is dedicated to one of these.

The slogan might be: if short or long exact sequences are not good enough, pass to spectral sequences.

Prototypical example: the homology of a product of two spaces is computed using the Künneth theorem. If we study a twisted product (also called fiber bundle), we have to resort to the Leray-Serre spectral sequence.

Second prototypical example: ordinary homology of a CW-complex coincides with the cellular homology. If we pass to extraordinary (also called generalized) homology, we use the Atiyah-Hirzebruch spectral sequence.

Homotopy groups are very hard to compute. The best tool we know is the Adams spectral sequence.

The seminar will:

- introduce the concept of a spectral sequence as an abstract tool
- derive algebraic means to produce spectral sequences and establish their properties
- construct topologically meaningful spectral sequences like the Leray-Serre spectral sequence of a fiber bundle and the Atiyah-Hirzebruch spectral sequence
- give numerous applications of spectral sequences to computations in algebraic topology
- Among them: computation of the cohomology of the groups $U(n)$ and $O(n)$ and of related spaces
- computation of homotopy groups of spheres in some non-trivial cases
- rather general bounds on the size of homotopy groups of spheres and CW-complexes

The central part of the seminar will be based on McCleary's classic book "User's guide to spectral sequences" or the unpublished book projects of Hatcher on spectral sequences (to be determined soon). The depth and speed will be determined by the previous knowledge and interest of the participants.

Literature

- [1] Alan Hatcher, *Spectral Sequences*. online resource <https://pi.math.cornell.edu/hatcher/AT/SSpage.html>.
- [2] John McCleary, *A user's guide to spectral sequences*, 2nd ed., Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol. 58, Cambridge University Press, Cambridge, 2001. MR1793722

6.3 Seminar: Topics in analytic number theory

Dozent/Art/Credits: Damaris Schindler/Seminar/3C

Zielgruppe:

Vorkenntnisse: Analytic number theory I and Analytic number theory II

Vorbesprechung: TBA

Beschreibung

If you have participated in the courses Analytic number theory I and analytic number theory II and if you're interested to deepen your knowledge in this area further, then this seminar could be an ideal match for you. We are planning to discuss topics that include some more sieve theory (for example Selberg's sieve), topics from probabilistic number theory, counting techniques for rational points on varieties and more. A precise list of topics is going to appear on StudIP.

If you want to take this course for credits, then you need to give one talk during the semester. On a voluntary basis I would like to try out the following format for this seminar. Every speaker is including 1-2 exercises in their talk which are then solved by everyone attending the seminar in the following week. I would then like to ask the speaker to correct those exercises and give feedback on the solutions. The parts of submitting solutions as well as correcting them, are voluntary and not affecting the grade for the seminar. I hope that this format will make the seminar more active and enable everyone to take something more away from it than only preparing their own talk and I'd be of course delighted if some of you were interested in trying this out.

If you are interested in participating in this seminar, then please let me know for example in writing an e-mail.

Literatur

6.4 Seminar: Geometric Measure Theory

Lecturer/type/credits: Ingo Witt – Seminar – 3C

Target group: 3rd year B.Sc. students, M.Sc. students.

Presumed knowledge: Diff I, Diff II, AGLA I, AGLA II.

Measure theory or functional analysis are helpful, but not strictly required.

Preliminary meeting: Fri, Oct 6, 2:15 p.m., online via zoom (I'll be in Nanjing until Oct 20). Connection data is as follows: **Meeting ID 644 2455 3169, passcode 247187.**

Description

Geometric measure theory generalizes elements of differential calculus to a non-regular setting. This is done using tools from measure theory.

We will follow the text by Leon Simon (see below) and split some of the eight chapters into two talks.

Here is the list of talks:

1. Preliminary measure theory, I (I.W., Oct 25)
2. Preliminary measure theory, II (N.N., Nov 1)
3. Some further preliminaries from analysis, I (N.N., Nov 8)
4. Some further preliminaries from analysis, II (N.N., Nov 15)
5. Countably n -rectifiable sets, (N.N., Nov 22)
6. Rectifiable n -varifolds, I (N.N., Nov 29)
7. Rectifiable n -varifolds, II (N.N., Dec 6)
8. The Allard regularity theorem, I (N.N., Dec 13)
9. The Allard regularity theorem, II (N.N., Dec 20)
10. Currents, I (N.N., Jan 10)
11. Currents, II (N.N., Jan 17)
12. Area minimizing currents (N.N., Jan 24)
13. Theory of general varifolds (N.N., Jan 31)
14. (Appendix) A general regularity theorem (N.N., Feb 2)

Literature

- H. Federer, *Geometric measure theory*. Springer, New York, 1969.
- ———, *Colloquium lectures on geometric measure theory*. Bull. Amer. Math. Soc. **84** (1978), 291–338.
- S. Krantz and H. R. Parks, *Geometric integration theory*. Birkhäuser Boston, Boston, 2008.
- F.-H. Lin and X.-P. Yang, *Geometric measure theory – an introduction*. International Press, Boston, 2002.
- L. Simon, *Introduction to geometric measure theory*. Manuscript, 2018. Available at <http://math.stanford.edu/~lms/ntu-gmt-text.pdf>.

6.5 Seminar on Surreal Numbers

Time: Winter Semester 2023–24, Thursdays, 14:15–15:45 h.

Language: English

Audience: Bachelor & Master students

Instructor: Dr. Engelbert Suchla, esuchla@gwdg.de

Description: Have you ever wondered what “infinity plus one” might be, or if there is a number between $0.999\dots$ and 1 ? In the real world, there’s nothing there – but in the *surreal* world, there absolutely is!

The surreal numbers, invented by John Conway and named by Donald Knuth, are a huge generalization of the real numbers. They’re quite easy to construct, but behave in surprising ways, and offer a very unusual perspective on arithmetic and analysis.

In this seminar, we will construct the surreal numbers, starting literally from nothing (the empty set) and going all the way beyond infinity. Then, we will learn how to work with them: from basic arithmetic (addition, subtraction, etc.) to the foundations of (non-standard) analysis: limits, derivatives, and maybe even integrals. On the way, we’ll discuss a few set-theoretic problems and their solutions – for example, the surreal numbers do not form a set, but a proper class!

Prerequisites: AGLA 1 & Diff 1 (You should have heard of “fields” and “limits”.)

Modules: TBD

Main references: Gretchen Grimm: *An Introduction to Surreal Numbers*.

<https://www.whitman.edu/Documents/Academics/Mathematics/Grimm.pdf>

Simon Rubinstein-Salzedo, Ashvin Swaminathan: *Analysis on Surreal Numbers*.

Journal of Logic and Analysis, Volume 6, Number 5, pp. 1–39, 2014

<https://arxiv.org/abs/1307.7392v3>

Further reading: John H. Conway: *On numbers and games*. 2nd ed. Natick, MA:

A K Peters (2001)

Donald E. Knuth: *Surreal Numbers. How two ex-students turned on to pure mathematics and found total happiness*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1974

Deutsche Übersetzung: *Insel der Zahlen*. Braunschweig: Friedrich Vieweg & Sohn, 1979

Preparatory meeting: TBD

6.6 Seminar: Topological Methods in Condensed Matter Physics

Dozent/Art/Credits: Dorothea Bahns – Seminar – 3C

Zielgruppe: MSc

Vorkenntnisse: Elementary Functional Analysis and (differential) topology. Knowledge of Quantum mechanics is helpful.

Vorbesprechung:

Beschreibung

Tentative time: Thursdays, 14-16

Modul B.Mat.3415: Seminar im Zyklus “Mathematische Methoden der Physik”

Literatur

Topology and Condensed Matter Physics, Somendra Mohan Bhattacharjee, Mahan Mj, Abhijit Bandyopadhyay (Eds.), Springer 2018, <https://doi.org/10.1007/978-981-10-6841-6>
Alexei Kitaev and Chris Laumann, Lecture notes, <http://arxiv.org/pdf/0904.2771v1.pdf>

6.7 Seminar: Mathematische Zaubertricks

Dozent/Art/Credits Ralf Meyer – Seminar – 3C

Zeit Montag 14–16

Zielgruppe Master of Education

Vorkenntnisse Keine

Vorbesprechung Nicht geplant, zur Anmeldung tragen Sie sich bitte im Wiki in Stud.IP ein und schicken mir eine Email

Modul M.Mat.0045: Seminar zum Forschenden Lernen im Master of Education

Beschreibung

Mathematische Zaubertricks sind eine Anwendung der Mathematik, bei der mehr oder weniger elementare Mathematik benutzt wird, um das Publikum zu verblüffen. Dies kann auch in der Schule zum Einsatz kommen, zum Beispiel in einer Arbeitsgemeinschaft, in der Schüler und Schülerinnen lernen, solche Tricks vorzuführen. Manchmal verlangt bereits die Durchführung der Zaubertricks mathematische Kenntnisse. Oft werden diese jedoch nur benötigt, um die Wirkungsweise der Zaubertricks zu verstehen, was dann wiederum hilft, die Tricks zu variieren oder sich neue Zaubertricks auszudenken.

Dieses Seminar beruht auf dem aktuellen Buch *Mathematical Card Magic* von Colm Mulcahy. Dort werden Dutzende von Kartentricks vorgestellt, die auf mathematischen Prinzipien beruhen. Die Mathematik ist in der Regel elementar. So spielen spezielle Permutationen oder die Eigenschaften von Fibonaccizahlen eine Rolle. Das Buch gliedert sich in dreizehn Kapitel, was dreizehn der vierzehn Vorträgen entspricht. Ein Vortrag beruht auf einem Kapitel in einem Buch von Martin Gardner über topologische Zaubertricks.

Neben der Mathematik benötigt man für die Zaubertricks auch Geschick. Meist ist es wichtig, das Publikum an entscheidenden Stellen abzulenken. Bei vielen Kartentricks muss man einen Kartenstapel so mischen können, dass einige wenige Karten dort bleiben, wo man sie vorher platziert hat. Ich habe nur eine kleine Auswahl der Zaubertricks selber durchgeführt, und mein handwerkliches Geschick mit Spielkarten ist bisher übrigens auch noch begrenzt. Insofern bin ich zwar optimistisch, dass sich jeder der im Buch besprochenen Tricks zur Aufführung bringen lässt. Allerdings würde ich das nicht garantieren wollen. Sie müssen damit rechnen, dass für einige der Tricks mehr Übung nötig sein wird. Einige Tricks brauchen eine Person, die mithilft. Zum Teil muss diese Person zumindest teilweise in die Funktion des Tricks eingeweiht sein. Wenn Sie einen solchen Trick vorführen, sprechen Sie sich bitte vorher mit jemand aus dem Seminar ab.

Meine Vorstellung von den Seminarvorträgen ist die Folgende. Es soll eine Auswahl von, sagen wir, vier der Zaubertricks aus dem Kapitel vorgeführt werden. Die Mathematik, die dabei eingeht, soll erklärt werden. Hinterher sollen die Zuschauenden verstehen, wie die Tricks funktioniert haben. Es wäre schön, wenn die anderen Studierenden im Seminar

geschult werden, zumindest einen der Kartentricks selber durchzuführen. In jedem Kapitel gibt es auch noch weiterführende Ideen. Diese führen zum Teil zu mathematischen Fragen, die im Buch offen gelassen werden, oder auch zu weiteren Zaubertricks, die auf denselben Prinzipien beruhen, oder auch Variationen der Zaubertricks. Aus diesen Themen können die Vortragenden nach eigener Vorliebe Inhalte für ihren Vortrag auswählen.

Neben der Vortrag wird auch noch eine schriftliche Ausarbeitung verlangt. In dieser beschreiben Sie die mathematischen Hintergründe noch genauer und ergänzen Beweise, die sie im Buch vermisst haben. Sie geben, aufbauend auf Ihren Erfahrungen, Hinweise zum Erlernen und zur Durchführung der ausgewählten Zaubertricks. Eine gute Möglichkeit, ihr Verständnis unter Beweis zu stellen, ist der Entwurf eines neuen Zaubertricks, der auf denselben Prinzipien beruht und idealerweise über die Vorschläge in der Mulcahys Buch hinausgeht. Die Quelle ist in englischer Sprache geschrieben. An manchen Stellen, etwa bei Eselsbrücken, um sich bestimmte Folgen von Spielkarten zu merken, funktioniert das in der deutschen Sprache so nicht. Eine Eindeutschung hiervon ist eventuell nicht so einfach und wäre insofern eine schöne Eigenleistung.

Zaubertricks funktionieren am Besten, wenn das Publikum vorher nicht weiß, wie sie funktionieren. Daher werde ich Ihnen nur Ihr eigenes Kapitel und ein paar allgemeine Kapitel zukommen lassen, die für das ganze Buch von Mulcahy relevant sind. Letzteres lade ich unter den Daten zum Seminar hoch. Ihr eigenes Kapitel verschicke ich dann per Email. Die Reihenfolge der Kapitel im Buch ist nicht so wichtig, daher ist es im Prinzip möglich, Termine später zu tauschen, wenn das nötig ist.

Sie möchten gerne einen der Termine im Seminar gestalten? Dann tragen Sie sich bitte im Wiki bei Ihrem Lieblingstermin ein und schreiben Sie mir eine Email, damit ich sofort mitbekomme, dass Sie teilnehmen möchten. Dann schicke ich Ihnen ein Kapitel aus dem Buch zu. Sie dürfen auch gerne anhand des Inhaltsverzeichnisses ein Kapitel vorschlagen. Falls Sie sich noch im September anmelden, nehmen Sie bitte möglichst die frühestmöglichen Termine, damit Studierende, die erst später dazustoßen, noch Zeit haben, Ihren Termin vorzubereiten. Eine Vorbesprechung in Präsenz lohnt sich wohl nicht, weil erfahrungsgemäß in den Semesterferien nicht alle Studierenden kommen können.

Wenn Sie noch unsicher sind, ob Sie teilnehmen möchten, schreiben Sie mir gerne ein Email, dann sprechen wir über Ihre Fragen.

Literatur

- Colm Mulcahy, Mathematical card magic, CRC Press, 2013.
- Gardner, Mathematics, Magic and Mystery, Dover, 1956.

6.8 Seminar: The arithmetic of elliptic curves

Dozent/Art/Credits: Seoyoung Kim/Seminar/3 C.

Titel/Zeit The arithmetic of elliptic Curves / expected: Monday, 14:00-16:00

Vorleistungen/Prüfung See Vorkenntnisse.

Zielgruppe/Sprache: Bsc in their third or fourth year, MSc / English

Vorkenntnisse: Algebra, (basic) algebraic geometry, and algebraic number theory.

Beschreibung

Elliptic curves are fundamental objects of interest in modern number theory and arithmetic geometry: For instance, they play a huge role in the proof of the modularity theorem and hence of Fermat's Last Theorem. Also, one can find their applications in elliptic curve cryptography. In this lecture, we are aiming to understand the group structure of elliptic curves, their properties over finite fields (The Weil conjectures), their properties over global fields, and the proof of the Mordell-Weil Theorem over \mathbb{Q} . If time permits, we are also going to discuss some further topics related to elliptic curves. The topics can include Siegel's theorem and complex multiplication.

Literatur

Silverman, Joseph H., The arithmetic of elliptic curves, Grad. Texts in Math., 106 Springer, Dordrecht, 2009, xx+513 pp.

Silverman, Joseph H., Advanced topics in the arithmetic of elliptic curves. Grad. Texts in Math., 151 Springer-Verlag, New York, 1994. xiv+525 pp.

Hindry, Marc; Silverman, Joseph H., Diophantine geometry Grad. Texts in Math., 201 Springer-Verlag, New York, 2000, xiv+558 pp.

7 Oberseminare – Advanced Seminars

- Advanced seminar on analysis of partial differential equation, Witt, Fri, 14–16, SZ

We will discuss various aspects of the analysis on stratified Lie groups. The Heisenberg group is a prime example. The goal is to generalize things that are already known in this case to other groups.

- Advanced seminar on mathematical methods in physics, Bahns, Mo, 16–18
- Advanced seminar on algebraic structures and on non-commutative geometry, Meyer, Do, 12–14

This seminar is mainly an opportunity for students writing a Bachelor's or Master's thesis or dissertation under my supervision to speak about their results or articles that they are reading right now.

- Advanced seminar on analytic and algebraic number theory, Brüdern / Schindler, Mo, 16–18
- Number theory working seminar, Schindler, Time and Day TBA (this one is a seminar which aims at our PhD student and advanced master students. In contrast to the Oberseminar analytic and algebraic number theory, this one is more informal, the goal is to have here room for a reading seminar and for our PhD students and master students to present material on their ongoing work)

- Advanced seminar on topology and geometry, Schick, Di, 16–18
This seminar is mainly an opportunity for students working towards a Bachelor's or Master's thesis or dissertation in our group to speak about their results or articles that they are reading right now. An important part will also be played by guests we plan to invite.

- Advanced seminar on algebraic number theory, Viada, Di, 14–16

- Advanced seminar on differential geometry, Pidstrygach, Do, 12–14

- Advanced seminar on higher structures, Zhu, Mi, 10–12 This seminar is an opportunity for students working towards a Bachelor's or Master's thesis or dissertation in our group to speak about their results or articles that they are reading right now. We will also invite outside speakers.

- Masterabschlussmodul M.Edu.100, Halverscheid, Do., 12-14 Uhr

8 Mathematische Gesellschaft und weitere Termine

- RTG 2491 lecture course; Do, 9-12, Do, 14-15, SZ
- Mathematische Gesellschaft; Do, 16:15-17:15, SZ <https://www.uni-goettingen.de/de/207450.html>
- Traditionelle Winterwanderung Brocken: Samstag, 3.2.24