

Vorlesungskommentar – Sommersemester 2025 – Wird  
ständig aktualisiert

Mathematisches Institut, Institut für Mathematische Stochastik,  
Institut für Numerische und Angewandte Mathematik  
Georg-August-Universität Göttingen

19. März 2025

## Einleitung

Der Kommentar gibt einen Überblick über die Veranstaltungen des Mathematischen Instituts (MI), des Instituts fuer Mathematische Sochastik (IMS) und des Instituts für numerische und angewandte Mathematik (NAM) im Sommersemester 25. Änderungen sind noch möglich und werden zeitnah eingepflegt. Bitte im Zweifelsfall die Daten aus **Stud.IP**, **Exa** und den ganzen Ordnungen (<https://www.math.uni-goettingen.de/service/ordnungen.html>) beachten oder auch einfach beim entsprechenden Lehrpersonal nachfragen. Die Vorlesungen *Lehramt* richten sich an die Studierenden im Lehramt, 2FB und WiPäd.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mathematisches Institut (MI)</b>	<b>7</b>
1.1	Grundvorlesungen . . . . .	7
1.1.1	Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung II (Diff II) . . . . .	7
1.1.2	Vorlesung: Analytische Geometrie und Lineare Algebra II (Agla II) . . . . .	8
1.1.3	Methoden der Analysis (Diff II für das Lehramt) . . . . .	9
1.1.4	Geometrie (für das Lehramt) . . . . .	10
1.1.5	Mathematik für Studierende der Physik II (MaPhy II) . . . . .	11
1.1.6	Vorlesung: Sommerstudium Differenzial- und Integralrechnung I (Diff I) . . . . .	12
1.2	Weiterführende Vorlesungen . . . . .	14
1.2.1	Vorlesung: Funktionentheorie (FT) . . . . .	14
1.2.2	Vorlesung: Diskrete Mathematik für Mathematical Data Science . . . . .	15
1.2.3	Vorlesung: Elementare Zahlentheorie (ZT) . . . . .	17
1.2.4	Vorlesung: Moderne Geometrie . . . . .	18
1.2.5	Vorlesung: Foliation Theorie . . . . .	20
1.3	Fachdidaktik . . . . .	21
1.3.1	Vorlesung: Einführung in die Mathematikdidaktik . . . . .	21
1.4	Zyklus und weiterführende Vorlesungen . . . . .	23
1.4.1	Analysis of Partial Differential Equations II (SP1 Z2) . . . . .	23
1.4.2	Additive Combinatorics II (SP2 Z2) . . . . .	25
1.4.3	Algebraic Topology II (SP1 Z2) . . . . .	26
1.4.4	Differential Geometrie IV (SP1 Z4) . . . . .	27
1.4.5	Lorentzian Geometry . . . . .	28
1.4.6	RTG lecture: Index theory and index theorems . . . . .	29
1.4.7	Complex Analysis in Several Variables I . . . . .	30
1.4.8	Nonstandard models in number theory . . . . .	31
1.5	Proseminare . . . . .	32
1.5.1	Proseminar: Darstellungstheorie mit physikalischer Anwendung . . . . .	32
1.6	Seminare . . . . .	33
1.6.1	Seminar on Symplectic geometry . . . . .	33
1.6.2	Seminar on Twistors . . . . .	34
1.6.3	Seminar Topological Data Analysis . . . . .	35
1.6.4	Seminar on Set Theory . . . . .	37

1.6.5	Seminar: A problem solving introduction to Algebraic Geometry . . . . .	38
1.7	Oberseminare . . . . .	39
1.7.1	Oberseminar Noncommutative Geometry . . . . .	39
1.7.2	Oberseminar Geometrie/Topologie . . . . .	40
1.7.3	Oberseminar Analytische Zahlentheorie / Additive Kombinatorik . . . . .	41
1.7.4	Oberseminar Diophantine Geometry . . . . .	42
1.7.5	Oberseminar Analysis of Partial Differential Equations . . . . .	43
1.7.6	Oberseminar Higher Structures . . . . .	44
1.7.7	Poisson Seminar . . . . .	44
1.8	Fachdidaktische Seminare im Master of Education . . . . .	45
1.8.1	Vorbereitung auf das 4-wöchige / 5-wöchige Fachpraktikum (Module M.Mat.0046-4 und M.Mat.0046-5) . . . . .	45
1.8.2	Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: Funktionales Denken (Module M.Mat.0050.Sek1 und M.Mat.0051) . . . . .	45
<b>2</b>	<b>Inst. für Numerische und Angew. Mathematik (NAM)</b>	<b>47</b>
2.1	Grundvorlesungen . . . . .	47
2.1.1	Mathematische Methoden für Informatik II (Mafia II) . . . . .	47
2.2	Vorlesungen ab 4. Semester . . . . .	48
2.2.1	Numerische Mathematik II (Num II) . . . . .	48
2.2.2	Optimierung . . . . .	50
2.2.3	Functional analysis (FA) . . . . .	51
2.3	Serviceveranstaltungen . . . . .	53
2.3.1	Mathematik für Studierende der Informatik II (Mafia II) . . . . .	53
2.4	Zyklus und weiterführende Vorlesungen . . . . .	54
2.4.1	Optimisation II (SP3 Z2) . . . . .	54
2.4.2	Numerics of PDEs IV (SP3 Z4) . . . . .	55
2.5	Proseminare . . . . .	56
2.5.1	Proseminar on SP 3 . . . . .	56
2.5.2	Proseminar Mathematik in der Bildung . . . . .	57
2.6	Seminare . . . . .	58
2.6.1	Seminar on Optimization . . . . .	58
2.7	Oberseminare und weitere Veranstaltungen . . . . .	59
2.7.1	Oberseminar on Numerics of Partial Differential Equations (SP 3) . . . . .	59
2.7.2	Oberseminar on Numerical Analysis . . . . .	60
<b>3</b>	<b>Institut für Mathematische Stochastik (IMS)</b>	<b>61</b>
3.1	Vorlesungen ab 4. Semester . . . . .	61
3.1.1	Stochastik . . . . .	61
3.1.2	Statistical Data Science . . . . .	63
3.2	Zyklus und weiterführende Vorlesungen . . . . .	64
3.2.1	Statistical foundations of data science II (SP4 Z2) . . . . .	64
3.2.2	Stochastic processes II (SP4 Z2) . . . . .	65

3.2.3	Multivariate and Non-Euclidean Statistics IV (SP4 Z4)	66
3.2.4	Life Insurance Mathematics	68
3.2.5	Asymptotic Statistics on Non-Euclidean Spaces	69
3.3	Seminare	70
3.3.1	Seminar on Non-Euclidean Statistics (SP 4)	70
3.3.2	Seminar on Empirical Processes, SP 4	71
3.4	Oberseminare und weitere Veranstaltungen	73
3.4.1	Oberseminar on SP 4	73
<b>4</b>	<b>Sonstiges</b>	<b>75</b>
4.1	Schlüsselkompetenzen	75
4.1.1	Gender und Mathematik	75
4.1.2	Mathematics information services and electronic publishing	76
4.1.3	Einführung in Python	77
4.1.4	Introduction to L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X and T <sub>E</sub> X	77
4.2	Praktika und Computerkurse	78
4.2.1	Stochastic Lab Course	78
4.2.2	Practical course in scientific computing	79
4.2.3	Mathematisch orientiertes Programmieren	80
4.3	Weiteres	81
4.3.1	Abschlussarbeiten-Nachmittag	81
4.3.2	Sommerfest	81
4.3.3	Traditionelle Sommerwanderung	81



# Kapitel 1

## Mathematisches Institut (MI)

### 1.1 Grundvorlesungen

#### 1.1.1 Vorlesung: Differenzial- und Integralrechnung II (Diff II)

**Dozent/Art:** Damaris Schindler / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Oscar Cosserat, Simon-Raphael Fischer

**Zielgruppe/Sprache:** 2. Semester / deutsch

**Vorkenntnisse:** Diff I, Agla I

### Beschreibung

Fortsetzung der Vorlesung Diff I. Wir besprechen unter anderem Stetigkeit und Differenzierbarkeit von Funktionen in mehreren Veränderlichen, topologische Grundbegriffe in metrischen Räumen, grundlegende Theorie gewöhnlicher Differenzialgleichungen, verschiedenen Ableitungsbegriffen für Funktionen mehrerer reeller Veränderlicher, einen Integralbegriff für Funktionen mehrerer Veränderlicher, und den Satz über implizite Funktionen.

### Literatur

- Koenigsberger, Analysis II und Koenigsberger, Analysis I

### 1.1.2 Vorlesung: Analytische Geometrie und Lineare Algebra II (Agla II)

**Dozent/Art:** Jörg Brüdern / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Leo Schäfer

**Zielgruppe/Sprache:** 2. Semester / deutsch

**Vorkenntnisse:** Agla I

#### Beschreibung

Diese Vorlesung setzt AGLA I nahtlos fort. Sie besteht aus mehreren weitgehend voneinander unabhängigen Teilen. Wir verallgemeinern den Begriff des Vektorraums auf Situationen, wo anstelle des Skalarenkörpers ein kommutativer Ring tritt (Moduln). Einsichten in die Struktur dieser neuen Objekte helfen bei einer systematischen Theorie der Endomorphismen eines Vektorraums (Matrizennormalformen, Elementarteiler). Die lineare Algebra schafft einen analytischen Rahmen zur Behandlung affiner und projektiver Geometrie. Als Beispiel diskutieren wir Quadriken (klassisch im Anschauungsraum sind das die Kegelschnitte). Schließlich ordnet sich die Determinante ein in die Anfänge multilinearer Algebra, die ein wichtiges Hilfsmittel für die Analysis auf Mannigfaltigkeiten (Diff 3) ist.

Wer einen ersten Eindruck von den geometrischen Themen bekommen möchte, schaue in Gerd Fischers 'Analytische Geometrie', multilineare Algebra ist sehr detailliert in Werner Greubs gleichnamigem Buch dargestellt.



### 1.1.3 Methoden der Analysis (Diff II für das Lehramt)

**Dozent/Art:** Georg Frenck (voraussichtlich) / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Stefan Wiedmann / Mahya Mehrabdollahei

**Zielgruppe/Sprache:** 2. oder 4. Semester Lehramt / deutsch

**Vorkenntnisse:** Apla I, Diff I

#### Beschreibung

#### Literatur

-

### 1.1.4 Geometrie (für das Lehramt)

**Dozent/Art:** Stefan Wiedmann / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Mahya Mehrabdollahei

**Zielgruppe/Sprache:** 2. Semester Lehramt / deutsch

**Vorkenntnisse:** Agla I, Diff I oder GDA

#### Beschreibung

Die Vorlesung setzt die Vorlesung Agla I fort. Wir behandeln axiomatische Geometrie, Geometrie in Ebene und Raum, Kegelschnitte, quadratische Formen und Bilinearformen. Ebenfalls untersuchen wir Untergruppen der Matrixgruppe  $GL(n)$ , insbesondere orthogonale und unitäre Gruppe. Weitere Themen sind affine und projektive Geometrie, platonische Körper und sphärische Geometrie.

Hergestellt wird jeweils der Bezug zur *Schulmathematik* durch Aufgaben aus Schulbüchern. Außerdem visualisieren wir Sachverhalte durch den Einsatz des Programms *Geogebra*.

#### Literatur

Skript wird wöchentlich ergänzt.

### 1.1.5 Mathematik für Studierende der Physik II (MaPhy II)

**Dozent/Art:** Dorothea Bahns / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Roberta Iseppi / Simon-Raphael Fischer

**Zielgruppe/Sprache:** Studierende der Physik im 2. Semester

**Vorkenntnisse:** MaPhy I

**Beschreibung**

**Literatur**

-

### 1.1.6 Vorlesung: Sommerstudium Differenzial- und Integralrechnung I (Diff I)

**Dozent/Art:** Ralf Meyer / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:**

**Zielgruppe/Sprache:** 1. Semester / deutsch

**Vorkenntnisse:** keine

**Modul:** B.Mat.0011

**Zeitplan:** Die Vorlesungen finden vom 5.8. bis 25.9. jeweils Dienstags, Mittwochs und Donnerstags 9:15–11:45 statt (mit 30 Minuten Pause). Hinzu kommen nachmittags zwei Übungen am Dienstag und Donnerstag sowie ein Tutorium am Mittwochnachmittag.

**Prüfung:** Klausur, Datum steht noch nicht fest.

### Beschreibung

Diese Vorlesung hat in etwa den gleichen Umfang an Arbeitszeit wie die Vorlesung Diff I während des Wintersemesters, findet jedoch in der Sommerpause statt, wodurch der Arbeitsaufwand zeitlich entzerrt wird. Ein Hauptziel dieser Vorlesung ist das Erlernen der mathematischen Sprache und der zugehörigen Denk- und Arbeitsweise, insbesondere das mathematische Beweisen. Die Themen des Kurses sind:

- Elementare Mengen und Logik
- Reelle und komplexe Zahlen
- Konvergenz von Folgen und Reihen
- Stetigkeit und Grenzwerte
- Differenzierbarkeit und Ableitung
- Riemann-Integrals und grundlegende Techniken des Integrierens
- Exponentialfunktion, Winkelfunktionen und Logarithmus
- Mittelwertsatz, Potenzreihenentwicklung
- Punktweise und gleichmäßige Konvergenz von Funktionenfolgen
- Vertauschungssätze von Grenzwerten und Integral und Differentiation

## Literatur

- Forster, Analysis 1
- Forster-Wessoly, Übungsbuch zur Analysis 1

## 1.2 Weiterführende Vorlesungen

### 1.2.1 Vorlesung: Funktionentheorie (FT)

**Dozent/Art:** Chengchang Zhu / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Simon-Raphael Fischer

**Zielgruppe/Sprache:** ab 3. Semester / deutsch

**Vorkenntnisse:** Grundvorlesungen

### Beschreibung

Die folgenden Themen werden behandelt:

- 1.

### Literatur

-

## 1.2.2 Vorlesung: Diskrete Mathematik für Mathematical Data Science

**Dozent/Art:** Engelbert Suchla / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:**

**Zielgruppe/Sprache:** Mathematical Data Science Studierende ab 4. Semester / deutsch

**Vorkenntnisse:** Analysis 1 und Lineare Algebra 1.

### Beschreibung

Diese Vorlesung ist Teil des Bachelor-Programms „Mathematical Data Science“. Sie behandelt Themen aus Arithmetik, Kombinatorik, Algebra, Zahlentheorie und Graphentheorie und setzt dabei einen starken Akzent auf Anwendungen und Algorithmen. Die Übungen werden durch Programmieraufgaben (z.B. in Python) unterstützt.

### Geplante Themenbereiche

#### 1. Arithmetik

- Zählmethoden, Rechnen mit Summen
- elementare Zahlentheorie (Chinesischer Restsatz, Euklidischer Algorithmus)
- Induktion und Rekursion
- Konvolutionen (Faltungen)
- erzeugende Funktionen

#### 2. Asymptotische Analyse

- O-Notation
- polynomiales und exponentielles Wachstum
- P vs. NP

#### 3. Algebra und fortgeschrittene Arithmetik

- endliche Gruppen und Körper
- diskrete Fourier-Transformation
- Multiplikationsalgorithmen
- diskrete Logarithmen und RSA-Kryptographie

#### 4. Graphentheorie:

- Graphen, Bäume, Bipartite Graphen und Paarungen, Eulersche Wege

- Bäume als Datenstruktur; Suchverfahren
- Zusammenhang, Satz von Menger
- Ebene Graphen, Satz von Kuratowski
- Färbungen von Graphen
- Flüsse und Netzwerke
- Nachbarschaftsmatrix und Laplace-Operator; Spektraltheorie

## Literatur

Hauptquellen:

- M. Aigner: *Diskrete Mathematik*
- R. Diestel: *Graphentheorie*
- Graham, Knuth, Patashnik: *Concrete Mathematics*

Weiterführende/vertiefende Literatur:

- K. H. Rosen: *Handbook of Discrete and Combinatorial Mathematics*
- J. v. z. Gathen and J. Gerhard: *Modern Computer Algebra*



### 1.2.3 Vorlesung: Elementare Zahlentheorie (ZT)

**Dozent/Art:** Jörg Brüderl / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** N.N.

**Zielgruppe/Sprache:** alle / deutsch

**Vorkenntnisse:** Diff I

#### **Beschreibung**

Diese Vorlesung zeichnet die wichtigsten Entdeckungen in der Arithmetik von der Antike bis zum ausgehenden 19. Jh. nach, soweit elementare Methoden uns dort hinführen. Dazu braucht es nur solide Schulmathematik, Diff 1 und etwas Mut. Die Reise beginnt bei Euklid (Teilbarkeit, Primfaktorzerlegung) und führt über Gauss (Reziprozitätsgesetz, binäre quadratische Formen) und Dirichlet (Klassenzahlformel) zu Minkowski's Satz zu quadratischen Formen über den rationalen Zahlen. Zu der Vorlesung gibt es (schon länger) ein Skript.

### 1.2.4 Vorlesung: Moderne Geometrie

**Dozent/Art** Victor Pidstrygach / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Greg Weiler

**Zielgruppe / Sprache:** ab 4. Semester / deutsch

**Vorkenntnisse:** Grundvorlesungen, Diff 3

#### Beschreibung

Diese Vorlesung wird eine Einführung in Differentialgeometrie sein. Wir basieren unsere Darstellung auf den Begriff der Symmetrie, wie er in den Definitionen der Lie-Gruppe und ihres Infinitesimalanalogon, der Lie-Algebra, zum Ausdruck kommt. Wir werden folgende Fragen diskutieren: Wie findet man die kürzeste Kurve (Geodäten), die zwei Punkte verbindet? Wie viele solcher Kurven gibt es für zwei gegebene Punkte? Können wir die Richtungen an verschiedenen Punkten einer Riemannschen Mannigfaltigkeit vergleichen? Wie findet man heraus, ob unser Raum gekrümmt ist? (Tipp: Messen Sie die Winkelsumme eines Dreiecks). Welche Konsequenzen hat das für die Geodäten? Welche Konsequenzen hat das für die Topologie unseres Raums?

Die Themen des Kurses sind:

- Kommutator von Vektorfeldern, Lie-Ableitung, De Rham-Komplex  $\Omega^\bullet(M)$ ,  $\iota_x$ ,  $\mathcal{L}_X$ ,  $d$  als graduierte Derivationen von  $\Omega^\bullet(M)$ , deren Kommutatoren, Cartansche Formel,  $d\theta(X, Y) = X\theta(Y) - Y\theta(X) - \theta([X, Y])$ , Bündel, Satz von Frobenius.
- Kurven (parametrisiert, unparametrisiert) in  $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \mathbb{R}^n$ , ihre Invarianten, Frenet-Formeln, Rahmen (n-Beine) und Gruppen  $SO(3), SO(n)$ .
- Lie Gruppen und Lie algebren, Maurer-Cartan-Gleichung, Grundbegriffe der Darstellungstheorie, Gruppenwirkungen und fundamentale Vektorfelder.
- Riemannsche Metrik, Länge und Volumen. Geometrie der Einbettung und innere Geometrie. Zweite Fundamentalform, Gaußsche Krümmung, Haupt- und Mittelkrümmung.
- Zusammenhang, Parallelverschiebung und Holonomie.
- Geometrische Bedeutung der Krümmung. Geodäten und geodätische Krümmung. Geodätische Koordinaten.
- Gauß-Bonnet-Theorem für Flächen.
- Isometrien, Oberflächen mit konstanter Krümmung.

## Literatur

- Singer-Thorpe "Lecture Notes on elementary topology and geometry"
- ?? Lie groups and Lie algebras

### 1.2.5 Vorlesung: Foliation Theorie

**Dozent/Art** Chengchang Zhu / Vorlesung

**Assistenz:** Ruben Louis

**Zielgruppe / Sprache:** ab 4. Semester / englisch

**Vorkenntnisse:** Grundvorlesungen, Diff III

#### Description

Roughly speaking, a foliation on a manifold  $M$  is a decomposition of  $M$  into a family of immersed submanifolds of the same dimension, called the leaves of the foliation. These leaves are required to fit together in a smooth and coherent manner. Foliations were first introduced in the pioneering work of Ehresmann and Reeb in the 1940s. They arise naturally in various geometric settings, including the study of solutions to differential equations, Poisson geometry, and integrable systems, among others.

This course will provide an introduction to the theory of foliations, their geometric properties, and their applications in differential geometry. Students will learn how to construct foliations, basic examples, and their connections to other areas such as Lie group actions, dynamical systems, and topology.

Keywords: Foliations, Leaves, Distributions, Frobenius' Theorem, Holonomy.

#### Literatur

- Introduction to Foliations and Lie Groupoids, 2003, by I. Moerdijk and J. Mr̃cun.
- Foliations I, 2000, by A. Candel L. Conlon.
- An invitation to singular foliations, 2024, by C. Laurent-Gengoux, R. Louis, L. Ryvkin.

## 1.3 Fachdidaktik

### 1.3.1 Vorlesung: Einführung in die Mathematikdidaktik

**Dozent/Art:** Stefan Halverscheid / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:**

**Zielgruppe/Sprache:** 4.-6. Semester Lehramt / deutsch

**Vorkenntnisse:** Empfohlen: AGLA I, Diff I, Geometrie, Diff II, Stochastik, Pädagogische Psychologie

#### Beschreibung

Die folgenden Frage- und Problemstellungen werden betrachtet:

- Warum und wozu Mathematikunterricht?
- Wie denken Kinder?
- Mathematik – Logik und Anschauung
- Wie entwickelt sich das „mathematische Denken“?
- Gibt es unterschiedliche Denkstile in der Mathematik?
- Wie wird Mathematik dargestellt und worin besteht die besondere Leistungsfähigkeit formaler Darstellungen?
- Wie beeinflussen unterschiedliche Darstellungen das Lernen?
- Welche Rolle spielen Begriffe in der Mathematik und wie werden sie definiert?
- Wie wird mathematisch geschlossen und wie ist der Zusammenhang zwischen Begründen, Argumentieren und Beweisen?
- Welche Rolle haben Modelle in der Mathematik und welche Rolle im Wechselspiel von Mathematik und außermathematischer Realität?

Einen Wissensaufbau im Sinne des lokalen Ordnen erarbeiten wir zur elementaren Geometrie in der Ebene. Dabei wird aufbauend auf den „großen Drei“, nämlich Umfangwinkelsatz, Satzgruppe des Pythagoras und Ähnlichkeit, die Reichhaltigkeit der schulrelevanten elementaren Geometrie erlebt. Schließlich werden wir kleine Einblicke in forschungsbezogene Herangehensweisen bekommen, etwa um Bearbeitungen von Lernenden zu interpretieren, unterschiedliche Forschungsdesigns zu vergleichen oder Schulvergleichsstudien mit Aussagen zum Fach Mathematik kritisch zu lesen.

Unsere Veranstaltung knüpft an ausgewählte Inhalte der Vorlesung des Moduls B.BW.010

„Einführung in die Pädagogische Psychologie: Lehren und Lernen“ (aus den Wintersemestern 2020/2021 bzw. 2021/2022) ebenso an wie an Inhalte für statistische Methoden der Vorlesung „Schulbezogene Grundlagen der Stochastik“ (aus den Wintersemestern 2020/2021 bzw. 2021/2022), wie sie im Musterstudienplan vorgesehen sind. Wir werden jeweils auf die Stellen in diesen Veranstaltungen verweisen, sodass diese gut vorzubereiten sind, sollten die Module noch nicht absolviert worden sein.

### **Ablauf**

Die Vorlesung enthält Elemente der Methode des Inverted classroom. Zur Vorbereitung der Vorlesung wird ein Lernmodul mit verschiedenen Lernaktivitäten bereitgestellt. Hierzu zählen neben klassischen Vorlesungsabschnitten zum Beispiel auch eigenständige Aufgabenbearbeitungen, das Lesen von weiterführenden Texten und wissenschaftlichen Veröffentlichungen oder das Schauen anderer Lehrmaterialien. Für den elementargeometrischen Teil wird es ein Skript zur Selbstbearbeitung geben. Die Beschäftigung mit dem Lernmodul beinhaltet also neben der Vorlesung auch die Vor- und Nachbereitung. Die Vorlesungszeit selber wird verstärkt diskursiv gestaltet sein.

### **Literatur**

In der Stud.IP-Veranstaltung wird Literatur zu den jeweiligen Themen zur Verfügung gestellt.

## 1.4 Zyklus und weiterführende Vorlesungen

### 1.4.1 Analysis of Partial Differential Equations II (SP1 Z2)

**Dozent/Art:** Ingo Witt / Vorlesung mit Übung (4+2 SWS)

**Assistenz:** Christian Jäh

**Zielgruppe/Sprache:** BSc und MSc Mathematik / englisch

**Vorkenntnisse:** Vorherige Vorlesungen des Zyklus

### Beschreibung

Following the introduction in the last semester, we now continue with a thorough study of properties of solutions to linear partial differential equations. We will focus on both elliptic and hyperbolic equations. We will introduce and then apply techniques from microlocal and from harmonic analysis. In detail, we will cover the following topics:

1. Wave front sets, distributions on manifolds, the Schwartz kernel theorem, the wave front relation and abstract propagation results,
2. Oscillatory integrals and their wave front set, conormal distributions, the principal symbol map, local theory of Lagrangian distributions,
3. Calculus of pseudodifferential operators, dyadic decomposition,  $L^p$  continuity, parametrices for elliptic operators, elliptic regularity,
4. Elements of symplectic geometry, the Keller-Maslov bundle, global theory of Lagrangian distributions,
5. Propagation of singularities for real principal type operators, distinguished parametrices,
6. Clean composition of Fourier integral operators,
7. Secondary dyadic decomposition,  $L^p$  continuity of Fourier integral operators.

### Literatur

- J. J. Duistermaat, *Fourier Integral Operators*. Progr. Math., vol. 130, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1996.
- V. Guillemin and S. Sternberg, *Geometric Asymptotics*. Math. Surveys, vol. 14, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1977.

- L. Hörmander, *The Analysis of Linear Partial Differential Operators. III: Pseudo-differential Operators*. Grundlehren Math. Wiss., vol. 274, Springer, Berlin, 1985.
- ———, *The Analysis of Linear Partial Differential Operators. IV: Fourier Integral Operators*. Grundlehren Math. Wiss., vol. 275, Springer, Berlin, 1985.



### 1.4.2 Additive Combinatorics II (SP2 Z2)

**Dozent/Art:** Lilian Matthiesen / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** ohne Assistenz

**Zielgruppe/Sprache:** BSc MSc Mathematik / englisch

**Vorkenntnisse:** Vorherige Vorlesungen des Zyklus

#### **Beschreibung**

Die folgenden Themen werden behandelt:

- 1.

#### **Literatur**

-

### 1.4.3 Algebraic Topology II (SP1 Z2)

**Dozent/Art:** Georg Frenck (voraussichtlich) / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Clément Cren

**Zielgruppe/Sprache:** BSc MSc Mathematik / english

**Vorkenntnisse:** Vorherige Vorlesungen des Zyklus

### Beschreibung

Die folgenden Themen werden behandelt:

1. Kategorien und Homologietheorien
2. Homologie und Kohomologie mit Koeffizienten
3. Der Satz von Hurewicz
4. Homologie von Mannigfaltigkeiten und Poincaré-Dualität
5. Bordismus-Homologie

### Literatur

-

### 1.4.4 Differential Geometrie IV (SP1 Z4)

**Dozent/Art:** Chengchang Zhu / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Florian Dorsch

**Zielgruppe/Sprache:** BSc, MSc Mathematik / englisch

**Vorkenntnisse:** Vorherige Vorlesungen des Zyklus

#### **Beschreibung**

Explore the frontier of higher differential geometry, where classical smooth structures meet homotopical and derived techniques. We will dive into dg manifolds,  $L_\infty$ -algebroids/groupoids, and hopefully derived intersections, uncovering their role in modern math physics and higher Lie theory. Expect a journey through shifted tangent bundles, path space constructions, and homotopy Poisson geometry, bridging geometry, topology, and mathematical physics.

### 1.4.5 Lorentzian Geometry

**Dozent/Art:** Sachchidanand Prasad (in collaboration with Thomas Schick)/ Lecture course, 2 SWS

**Target/Language:** BSc MSc Mathematik / englisch

**Vorkenntnisse:** Differential Geometry I

Exam: oral after the teaching period

### Description

Lorentzian or more generally semi-Riemannian geometry is the mathematical basis of general relativity: space-time is equipped with a metric which strictly distinguishes between time-like and space-like tangent vectors (by giving them a negative or positive self-inner product). Geodesics describe how a particle evolves inside space-time. The usual concepts of curvature make sense in the Lorentzian setting. The Einstein equations determine this curvature (as the stress energy-tensor of the matter in the universe).

The class will introduce in the basic concepts of Lorentzian geometry.

Plan of the course:

- Quick Review of Riemannian Geometry: Basic notions of connection, curvature, and geodesics.
- Lorentzian manifolds: Connections, curvature, and the concept of distance.
- Causal structure: Causality conditions, causal diagrams, and their significance.
- Space-Time theory: Introduction to the geometry of space-time in general relativity.
- Advanced topic (time permitting): The Lorentzian cut and conjugate locus and their properties.

### Literatur

- Global Lorentzian Geometry by John K. Beem and Paul E. Ehrlich. (Main reference)
- Techniques of Differential Topology in Relativity by Roger Penrose
- The Large Scale Structure of Space-Time by S.W. Hawking and G.F.R. Ellis

### 1.4.6 RTG lecture: Index theory and index theorems

**Dozent/Art:** Thomas Schick / lecture course, 2 SWS

**Assistenz:** N/A

**Zielgruppe/Sprache:** MSc Mathematics, PhD mathematics / englisch

**Vorkenntnisse:**

#### Description

The index of a linear differential operator is the difference of the dimension of its kernel and its cokernel (provided finite). Its existence is known if the operator is elliptic on a compact manifold.

The famous Atiyah-Singer index theorem gives a geometric formula for this index which does not depend on solving differential equations. The original proof uses K-theory and micro-local analysis. An alternative uses properties of the associated heat operator. Important modern generalizations cover more complicated situations (families, equivariance, non-compactness, not-quite-ellipticity).

The course will introduce the basic question, cover ideas of the original proofs and some of the modern developments.

In particular, we will present the so-called heat equation proof (which is more based on analysis) and the K-theoretic proof (which uses more topological principles); both with their own advantages and disadvantages (also in terms of generalizations).

#### Literatur

-

### 1.4.7 Complex Analysis in Several Variables I

**Dozent/Art:** Christian Jäh and Ingo Witt / Lecture Course (4 SWS)

**Assistenz:** N/A

**Prüfung:** Oral examination

**Zielgruppe/Sprache:** BSc and MSc Mathematics, PhD students in mathematics / English

**Vorkenntnisse:** Basic lectures in mathematics. Some knowledge in functional analysis and the analysis on manifolds is advisable.

#### Description

This is planned to be an introductory two-semester course on complex analysis in several variables, four contact hours in the first and then two contact hours in the second semester. We will follow the monograph by Lars Hörmander who devised an approach to complex analysis in several variables via the theory of partial differential equations. More specifically, the results follow from a detailed study of the Cauchy-Riemann operator  $\bar{\partial}$ .

In the first semester, we will cover the first five chapters of Hörmander's monograph:

1. Analytic functions of one complex variable
2. Elementary properties of functions of several complex variables
3. Applications to commutative Banach algebras
4.  $L^2$  estimates and existence theorems for the  $\bar{\partial}$  operator
5. Stein manifolds

#### References

- L. Hörmander, *An introduction to complex analysis in several variables*. North Holland Math. Library, vol. 7, North Holland, Amsterdam, 1990, 3rd ed.

### 1.4.8 Nonstandard models in number theory

**Dozent/Art:** Ulrich Stuhler / Vorlesung

**Zielgruppe/Sprache:** ab 3. Semester / englisch

**Vorkenntnisse:** Grundvorlesungen

**Bemerkung:** Diese Veranstaltung beinhaltet keine Leistungsnachweise oder eine Abschlussprüfung. Daher können auch keine Credits erworben werden.

#### Beschreibung

Formulating the axioms of the system of natural numbers, that is the so called Peano axioms, in a direct way as a theory of first order in the terminology of mathematical logic and in particular not embedded in a containing set theory, this has the exciting effect that there is a huge number of nonstandard models of such a theory besides the well known standard model  $\mathbb{N}$ . This is an interesting topic in modern mathematical logic with a number of nontrivial results. Some of these, in particular the theorem of Friedmann concerning the self similarity of such nonstandard models will be discussed in the lecture. There will be a short introductory part into mathematical logic.

#### Literatur

- Richard Kaye: Models of Peano Arithmetic. (Clarendon Press. Oxford 1991)
- R. Kossak, J. Schimmel: The structure of models of Peano arithmetic.(Clarendon Press. Oxford 2006. Oxford logic guides 50)

## 1.5 Proseminare

### 1.5.1 Proseminar: Darstellungstheorie mit physikalischer Anwendung

**Dozent/Art:** Dorothea Bahns

**Zielgruppe/Sprache:** 3. bis 6. Semester Mathematik/Physik, voraussichtlich deutsch (kann aber angepasst werden nach Hörschaft)

**Vorkenntnisse:** Diff 1-2, AGLA 1 oder MaPhy 1-2

**Vorbesprechung:** 10.3. 16:15 (online über StudIP)

**Wunschtermin:** Montag **17:15 - 18:45 Uhr (neue Zeit!)**

### Beschreibung

Zielgruppe: Studierende der Mathematik oder der Physik im 4. Semester. Fortgeschrittene Studierende 2./3. Semester sowie höhere Semester willkommen. Noch sind einzelne Vorträge zu vergeben, siehe Wiki in studIP Proseminar Darstellungstheorie mit physikalischer Anwendung (Vorbesprechung) (SoSe 2025).

Inhalt: Darstellungstheorie kompakter (insbesondere endlicher) Gruppen in der Anwendung auf physikalische Probleme („zufällige“ Ausartung, Spin-Bahn-Kopplung und Wigner-Eckart-Theorem, Gell-Manns achtfacher Weg, „verbotene Übergänge“, ...).

Kenntnisse in Quantenmechanik sind nicht notwendig, lediglich für manche Vorträge wünschenswert.

Am Ende: Darstellungstheorie semidirekter Produkte am Beispiel der Poincaré-Gruppe (nicht kompakt) mit Anwendung auf Wigners Klassifikation von Teilchen.

### Literatur

- Cornwell, Group Theory in Physics: An Introduction (Techniques of Physics, Volume 1, Band 1), Elsevier, Academic Press.
- Sternberg, Group Theory and Physics, Cambridge University Press.
- Berndt, Representations of Linear Groups – An Introduction Based on Examples from Physics and Number Theory, vieweg.
- Straumann, Quantenmechanik - nichtrelativistische Quantenmechanik, Springer.



## 1.6 Seminare

### 1.6.1 Seminar on Symplectic geometry

**Dozent/Art:** Oscar Cosserat/Seminar

**Zielgruppe/Sprache:** Bachelor- und Master-Studierende / Englisch

**Vorkenntnisse:** Mannifaltigkeiten

**Vorbesprechung:** TBA

**Wochentliches Treffen:** bei Oscar am besten am Montag

### Beschreibung

We will talk about symplectic geometry through examples and a gentle introduction to generic symplectic manifolds. We will then discuss how they appear in mechanics through Hamiltonian dynamics and how symmetries play an important role there, thanks to the Noether theorem.

### Literatur

- Ana Cannas da Silva: *Lectures on Symplectic Geometry*, Springer Berlin, Heidelberg, 2008.

### 1.6.2 Seminar on Twistors

**Dozent/Art:** Victor Pidstrygach / Seminar

**Zielgruppe/Sprache:** Bachelor- and Master Students / English

**Prerequisites:** Linear algebra I+II, Analysis I+II+III

**Organisation meeting:** TBA

#### Description

Roger Penrose introduced twistors in the 1960-s. The original motivation of twistors was to unify general relativity and quantum mechanics in a theory based on complex geometry. The theory describes Euclidean (Minkowsky) space through constructions of classical complex projective geometry, with the notion of light ray (a geodesic) replacing the notion of a point of the Euclidean (Minkowsky) space as a fundamental object. Its biggest impact up to date is in mathematics though, where it serves as a bridge between differential and algebraic geometry.

In this seminar we shall learn about examples of twistor spaces and discuss some of their applications in the theory of differential equations and gauge theory. We shall track connections between twistor theory and another elegant area of mathematics: the theory of quaternions and, more generally, of Clifford algebras.

The seminar is aimed at 2nd and 3rd year BSc and MSc.

### 1.6.3 Seminar Topological Data Analysis

**Dozent/Art:** Thomas Schick / Seminar

**Zielgruppe/Sprache:** Bachelor- and Master Students (also MDS) / English

**Prerequisites:** Linear algebra I+II, Analysis I+II

**Organisation meeting:** Friday, Feb 7, 13:15 Sitzungszimmer

**Details:** on my website [www.uni-math.gwdg.de/schick](http://www.uni-math.gwdg.de/schick)

#### Description

Science today is marked by the collection of huge sets of data. The bottleneck is more and more the evaluation of this data.

In particular, one has to retrieve the decisive qualitative information in an efficient way (typically from noisy and high dimensional data which is presented in inappropriate coordinates).

Topology is (from the point of view of geometry in pure mathematics) the area which does precisely such a kind of job. In the last decades there has now also been a very active development to implement this in practical terms.

Example questions: given a scan of living tissue on the scale of cells: distinguish the different components (the membranes), detect connections (in particular their time evolution), but do this with noisy data and suppress irrelevant artefacts.

One suggestion to develop and apply algebraic topology to solve these problems will be the theme of the seminar, where we try to get all the way to some more or less real applications. The larger part, will be dedicated to develop the algebraic topology and geometry basics. More precisely, our tool are homology groups (there is one for each integer  $n$ ). Very roughly, these count  $n$ -dimensional holes in a topological space. E.g., an  $n$ -dimensional sphere has precisely one  $n$ -dimensional hole, whereas a disk (of any dimension) has no hole at all (trivial homology).

To apply this to point sets (this is, what data measurement will produce), we construct a sequence of interesting topological spaces from this point set and apply homology to each of the spaces in the sequence. The *persistent homology* (our main tool) focuses on those homology features which persist for a long time in the sequence of spaces.

The seminar does start with a quick intro into the relevant aspects of topology, focusing then on the aspects which are relevant for topological data analysis. This way, it is suitable for the students which have taken a course in algebraic topology (but can't obtain credit if covering a talk introducing topological material they have already learned), but also for newcomers.

In later parts, will then see how the theory is used in practice, and learn about some fundamental theoretical features of persistent homology.

Examples for applications:

- given a set of points in  $\mathbb{R}^3$  which represent (centers of) atoms of a large molecule, determine tunnels and cavities in the molecule
- determine the placement of sensors in sensor networks

The most significant topological basics consist of

- knowing and applying simplicial complexes
- know homology (of simplicial complexes), compute it and interpret the information
- understand homology as a functor
- knowing advanced computation tools for homology (from homological algebra): exact sequences

Specific for topological data analysis are

- skilled construction of simplicial complexes from data, e.g. Rips complex, Delaunay-triangulation, . . . and comparison of these
- persistent homology and bar codes
- efficient algorithms to compute homology
- Flow complexes (and Morse theory)

## Literature

See description on my website or in Stud.IP.

We use in particular Edelsbrunner, Harer: Computational topology.

### 1.6.4 Seminar on Set Theory

**Dozent / Instructor:** Engelbert Suchla

**Art / Kind:** Seminar

**Zielgruppe / Target audience:** Bachelor students ( $\geq 4$ th semester) and Master students

**Sprache / Language:** English

**Vorkenntnisse / Prerequisites:** none

**Vorbereitung / Preparatory meeting:** TBA

#### Beschreibung / Description

Set theory is the foundation of modern mathematics. Its most common form, ZFC (the axioms of Zermelo & Fraenkel plus the axiom of Choice), underlies almost every proof you will ever encounter.

There are some questions, however, that ZFC cannot decide, such as the *Continuum Hypothesis*: Is there a set that is strictly larger than  $\mathbb{N}$  but strictly smaller than  $\mathbb{R}$ ?

In this seminar, we will start with the basics of formal logic, the axioms of ZFC, and some simple set theoretic constructions (such as ordinal & cardinal numbers). Then, we will discuss model theory (“the continuum hypothesis could be true...”), and finally the method of *forcing* (“...but it could also be false!”).

#### Main Reference

- Kenneth Kunen: *Set Theory (revised edition)*. College Publications, 2013

### 1.6.5 Seminar: A problem solving introduction to Algebraic Geometry

**Dozent/Art:** Evelina Viada / Block Seminar

**Zielgruppe/Sprache:** 3. year Bachelor and Master Students / English

**Vorkenntnisse:** Number Theory/ Algebra

**Vorbereitung:** The seminar will take place from 25. to 30. August

### Beschreibung

In this seminar we will learn together the basic of affine and projective geometry solving exercises of central meaning. I will give an introductory theoretical part. We will then work together on the book Algebraic Geometry, A problem solving approach, by Garrity, Belshoff, Boos, Brown, Lienert, Murphy, Navarra-Madsen, Poitenvin, Robison, Snyder, Werner. At the end of the week everyone will present some part of the literature and of the solved exercises.

### Literatur

- Algebraic Geometry, A problem solving approach, by Garrity, Belshoff, Boos, Brown, Lienert, Murphy, Navarra-Madsen, Poitenvin, Robison, Snyder, Werner.
- Gibson, Elementary geometry of algebraic curves: an undergraduate introduction. Cambridge university press, 1998
- Kirwan, Complex algebraic curves. Cambridge university press, 1992

## 1.7 Oberseminare

### 1.7.1 Oberseminar Noncommutative Geometry

**Dozent/Art:** Ralf Meyer

**Zielgruppe/Sprache:** Master students, doctoral students/english

**Vorkenntnisse:** initial work on a research-related topic

**Vorbesprechung:** contact Ralf Meyer by email

**Zeit:** Wednesday 10–12 (?)

### Beschreibung

This seminar consists mostly of talks by my doctoral and master students about their ongoing work, or articles that they are reading. In addition, there are occasional talks by experts from outside.

### 1.7.2 Oberseminar Geometrie/Topologie

**Dozent/Art:** Georg Frenck, Thomas Schick, Federico Vigolo

**Zielgruppe/Sprache:** Master and doctoral students / English

**Vorbesprechung:** Drop a line if you are interested in attending the seminar.

#### **Beschreibung**

Siehe StudIP.



### **1.7.3 Oberseminar Analytische Zahlentheorie / Additive Kombinatorik**

**Dozent/Art:** Jörg Brüdern, Lilian Matthiesen, Damaris Schindler

**Zielgruppe/Sprache:** Master and doctoral students / English

**Vorbesprechung:** Drop a line if you are interested in attending the seminar.

#### **Beschreibung**

Siehe StudIP.

### 1.7.4 Oberseminar Diophantine Geometry

**Dozent/Art:** Evelina Viada

**Zielgruppe/Sprache:** Master and doctoral students / English

**Vorkenntnisse:** Diophantine Geometry, diophantine Approximation and Geometry of Numbers (some of it!)

**Zeit:** Tuesday 14.00-16.00

#### Beschreibung

Please inscribe as participant in Stud.IP for all relevant information.

### 1.7.5 Oberseminar Analysis of Partial Differential Equations

**Dozent/Art:** Ingo Witt

**Zielgruppe/Sprache:** Master's and doctoral students

**Vorkenntnisse:** Intimate knowledge of microlocal analysis

**Vorbesprechung:** Drop me a line if you are interested in attending the seminar.

#### Beschreibung

We will continue discussing the theory of Fourier integral operators with complex phase and Maslov's canonical operator. One application will be given to the wave equation involving the sub-Laplacian on a Métivier group.

#### Literatur

- L. Hörmander, *The Analysis of Linear Partial Differential Operators. IV. Fourier Integral Operators*. Grundlehren Math. Wiss., vol. 275, Springer, Berlin, 1994
- B. Malgrange, *Ideals of Differentiable Functions*. Tata Inst. Fund. Res. Stud. Math., vol. 3, Tata Inst. Fund. Res., Bombay, 1967.
- A. Martini and D. Müller, *An FIO-based approach to  $L^p$ -bounds for the wave equation on 2-step Carnot groups: the case of Métivier groups*. Preprint, arXiv:2406.04315 [math.AP].
- V. P. Maslov, *The Complex WKB Method for Nonlinear Equations. I: Linear Theory*. Progr. Phys., vol. 16. Birkhäuser, Basel, 1994.
- A. Melin and J. Sjöstrand, *Fourier integral operators with complex-valued phase functions*. In: J. Chazarain (ed.), *Fourier Integral Operators and Partial Differential Equations*. Lecture Notes in Math., vol. 459, Springer, Berlin, 1974, pp. 120–223.
- R. B. Melrose, *Propagation for the wave group of a positive subelliptic second-order differential operator*. In: S. Mizohata (ed.), *Hyperbolic Equations and Related Topics (Katata/Kyoto, 1984)*, Academic Press, Boston, MA, 1986, pp. 181–192.
- V. E. Nazaikinskii, V. G. Oshmyan, B. Yu. Sternin, and V. E. Shatalov, *Fourier integral operators and the canonical operator*. Uspekhi Mat. Nauk 36 (1981), 81–140 (Russian).

### 1.7.6 Oberseminar Higher Structures

**Dozent/Art:** Chengchang Zhu

**Zielgruppe/Sprache:** Master and doctoral students / English

**Zeit:** Thursday 10.00-12.00

#### Beschreibung

Please inscribe as participant in Stud.IP for all relevant information.

### 1.7.7 Poisson Seminar

**Dozent/Art:** Chengchang Zhu

**Zielgruppe/Sprache:** Master and doctoral students / English

**Zeit:** Thursday 14.00-16.00

**Vorbereitung:** TBA

#### Beschreibung

We will discuss application of higher structures (happened in "Higher Structure seminar") in Poisson geometry. Please inscribe as participant in Stud.IP for all relevant information.

## 1.8 Fachdidaktische Seminare im Master of Education

### 1.8.1 Vorbereitung auf das 4-wöchige / 5-wöchige Fachpraktikum (Module M.Mat.0046-4 und M.Mat.0046-5)

**Dozent/Art:** Stefan Halverscheid /

**Zielgruppe/Sprache:** Studierende im Master of Education bzw. Zugelassene zum Vorstudium / Deutsch

**Vorkenntnisse:** Modul 0041

**Termin:** Verschiedene Seminargruppen dienstags und donnerstags

#### Beschreibung

Diese Veranstaltung, insbesondere die Blockveranstaltungen, bereiten alle vor, die im Wintersemester oder Sommersemester das Fachpraktikum im Fach Mathematik im bzw. für den Master of Education absolvieren möchten. Eine Teilnahme an den Blockveranstaltungen ist für die Teilnahme an den Blöcken im Winter wie im Sommer wichtig, weil die möglichen Plätze mit den Praktikumschulen jetzt abgesprochen werden müssen.

In der Veranstaltung befassen wir uns mit der Planung von Unterrichtseinheiten und Unterrichtsstunden. Dabei geht es um die Festlegung von Lernzielen und deren Überprüfung, die Organisation von Unterrichtsepisoden mit passenden Methoden.

### 1.8.2 Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: Funktionales Denken (Module M.Mat.0050.Sek1 und M.Mat.0051)

**Dozent/Art:** Stefan Halverscheid

**Zielgruppe/Sprache:** Studierende im Master of Education bzw. Zugelassenen zum Vorstudium / Deutsch

**Vorkenntnisse:** Modul 0041

**Termin:** Blockveranstaltungen

#### Beschreibung

Diese Veranstaltung bildet den Teil zur Sekundarstufe I im Modul 0050 und kann außerdem (für diejenigen, die schon Modul 0050.Sek1 im letzten Wintersemester zur Arithmetik und Algebra absolviert haben) als Modul M.Mat.0051 in den Wahlpflichtbereich im Master of Education eingebracht werden.

Zur Vorbereitung der Seminarsitzungen gibt es vorbereitende Videos und Aufgabenzettel, zu denen dann kleinere Seminarbeiträge zur Stoffdidaktik des funktionalen Denkens in

der Sekundarstufe I, zu Unterrichtskonzepten und Lernschwierigkeiten sowie zum Einsatz digitaler Hilfsmittel wöchentlich bearbeitet werden.

Als Seminarsitzungen sind folgende Themen geplant:

1. Die Aspekte von Funktionen anhand der Geschichte der Mathematik.
2. Die Entwicklung des Funktionsbegriffs Funktionen als fundamentale Idee der Mathematik.
3. Die historische Entwicklung des Lehrens und Lernens zu funktionalem Denken
4. Muster und funktionales Denken in der Arithmetik
5. Didaktik der Bruchrechnung und proportionale Zusammenhänge
6. Affin-lineare Funktionen und die „Illusion of Linearity“
7. Funktionales Denken in der Geometrie
8. Polynome vom Grad 2
9. Polynome vom höherem Grad und Wurzelfunktionen
10. Unterrichtsvideos zu Exponentialfunktionen und exponentiellem Wachstum
11. Mathematisches Modellieren zu exponentiellem Wachstum, mit trigonometrische Funktionen

# Kapitel 2

## Inst. für Numerische und Angew. Mathematik (NAM)

### 2.1 Grundvorlesungen

#### 2.1.1 Mathematische Methoden für Informatik II (Mafia II)

**Dozent/Art:** Anne Wald / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Gesa Sarnighausen

**Zielgruppe/Sprache:** ab 2. Semester / deutsch

**Vorkenntnisse:** Mafia I

#### **Beschreibung**

Die Vorlesung baut auf der Vorlesung 'Mathematik für Studierende der Informatik I' auf. Es werden u.a. lineare Abbildungen sowie Differential- und Integralrechnung behandelt.

## 2.2 Vorlesungen ab 4. Semester

### 2.2.1 Numerische Mathematik II (Num II)

**Dozent/Art:** Gerlind Plonka-Hoch / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Yannick Riebe

**Zielgruppe/Sprache:** ab 4. Semester / deutsch

**Vorkenntnisse:** Grundlagen der Analysis

#### Beschreibung

In dieser Vorlesung (mit Übungen) können 9 ECTS-Punkte erreicht werden.

#### Voraussetzungen für eine erfolgreiche Teilnahme:

1. erfolgreiche Teilnahme an den Übungen, die ab der zweiten Woche stattfinden
2. erfolgreiche Lösung der Übungsaufgaben (50 % der Punkte)
3. schriftliche Prüfung (120 Minuten)

#### Inhalt der Vorlesung:

Die Vorlesung Numerische Mathematik II (Numerische Analysis) befasst sich insbesondere mit folgenden Themenkomplexen:

1. Algorithmen zur Interpolation:  
Algebraische Interpolation, trigonometrische, rationale Interpolation, Interpolation, Spline-Interpolation
2. Algorithmen zur Approximation  
Bestapproximation, Approximation in unitären Vektorräumen, Fourier-Reihen, Remez-Algorithmus
3. Graphik und CAGD  
Bernstein-Polynome, Bezier-Kurven, B-Spline-Kurven, Subdivision-Algorithmen
4. Numerische Integration  
Interpolatorische Quadraturformeln, Romberg-Verfahren



## Literatur

- J. Stoer, Numerische Mathematik 1, Springer, Berlin, 1989.
- W. Schaback, H. Wendland, Numerische Mathematik, Springer, 2005.
- G. Hämmerlin, K.-H. Hoffmann, Numerische Mathematik, Springer, Berlin, 1994.
- H. W. Schwarz, Numerische Mathematik, B.G. Teubner, Stuttgart, 1988.
- M. Hanke-Bourgeois, Grundlagen der Numerischen Mathematik und des wissenschaftlichen Rechnens, Teubner, Stuttgart, 2002.

### 2.2.2 Optimierung

**Dozent/Art/:** Max Pfeffer / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:** Tim Brüers

**Zielgruppe/Sprache:** ab 4. Semester Bachelor / deutsch

**Vorkenntnisse:** Grundvorlesungen

#### Beschreibung

Diese Vorlesung ist eine Einführung in die nichtlineare, glatte Optimierung. Behandelt werden Optimalitätsbedingungen und Lösungsverfahren für unrestringierte, lineare sowie allgemeine restringierte (konvexe, quadratische) Optimierungsprobleme.

#### Literatur

- M. Ulbrich, S. Ulbrich: *Nichtlineare Optimierung*, Birkhäuser Basel, 2012

### 2.2.3 Functional analysis (FA)

**Dozent/Art/:** Thorsten Hohage / lecture with exercises

**Assistenz:** Tim Haubold

**Zielgruppe/Sprache:** BSc and MSc Mathematics, MSc Physics / English

**Vorkenntnisse:** Basic lectures on analysis and linear algebra

#### Description:

The fundamental properties of Banach and Hilbert spaces, as well as continuous linear functionals and continuous linear operators in such spaces, are discussed.

The language, way of thinking, and results of functional analysis are fundamental for the analysis of partial differential equations, numerical analysis, stochastic analysis, and many other fields.

The content of the lecture is structured into the following sections:

#### 1. Metric Spaces

We review compactness concepts in metric spaces and learn about a criterion for compactness of subsets of the space of continuous functions on a compact set with respect to the supremum norm, which traces back to Arzelà and Ascoli.

#### 2. Normed Spaces and Hilbert Spaces

We discuss properties of normed spaces and (pre-)Hilbert spaces, particularly completeness. In addition to spaces of sequences and functions equipped with suitable norms, spaces of continuous linear operators also count among the fundamental examples.

#### 3. Important Results on Bounded Linear Operators

This section introduces four fundamental results of functional analysis: the Banach-Steinhaus theorem, the open mapping theorem, the Hahn-Banach theorem, and the Lax-Milgram theorem.

#### 4. Duality Theory

The dual space  $X'$  of a Banach space  $X$  is the space of all continuous linear functionals on  $X$ . We will define various notions of convergence on  $X$  and  $X'$ , some of which are not induced by norms. The bidual space is defined as  $X'' := (X')'$ , and for many (so-called reflexive) Banach spaces, it can be identified with  $X$ .

#### 5. Riesz-Fredholm Theory

In this chapter, we introduce the concept of compactness for operators and discuss criteria for the existence and uniqueness of solutions to linear operator equations in Banach spaces.

#### 6. Spectral Theory

We generalize the concept of eigenvalues of a square matrix to linear operators and learn about generalizations of the principal axis theorem.

## Literatur

There will be lecture notes in German. Some chapters have been translated to English.

- A. Bobrowski. *Functional Analysis Revisited. An Essay on Completeness*. Cambridge University Press, 2024.
- H. Heuser. *Funktionalanalysis. Theorie und Anwendung*. Teubner, Stuttgart, 1982.
- F. Hirzebruch and W. Scharlau. *Einführung in die Funktionalanalysis*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford, 1971.
- D. Werner. *Funktionalanalysis*. Springer, 2006.
- E. Zeidler. *Applied Functional Analysis: Main Principles and Their Applications*. Springer, 1995.

## 2.3 Serviceveranstaltungen

### 2.3.1 Mathematik für Studierende der Informatik II (Mafia II)

**Dozent/Art:** Anne Wald / Vorlesung mit Übung

**Assistenz:**

**Zielgruppe/Sprache:** Studierende der Informatik / deutsch

**Vorkenntnisse:**

**Beschreibung**

**Literatur**

-

## 2.4 Zyklus und weiterführende Vorlesungen

### 2.4.1 Optimisation II (SP3 Z2)

**Dozent/Art:** Russell Luke

**Assistenz:** Qinyu Yan

**Zielgruppe/Sprache:** ab dem 5. Semester/Englisch

**Vorkenntnisse:** Optimierung oder Optimizaiton I (Zyklus I)

### Beschreibung

In the first semester we tested optimization algorithms for modern applications in the natural sciences. The theory for fixed point iterations in nonlinear spaces was developed and convergence in very general settings was established. We continue this development in the second semester developing a calculus for the regularity required for convergence of modern splitting algorithms in optimization. The focus for numerical algorithms will be on methods based on compositions and averages of proximal mappings of sufficiently regular functions (for example, convex, or differentiable). This includes gradient descents, the proximal point algorithm, projected gradients, projection algorithms, and higher-order methods like quasi-Newton techniques. The semester will finish with an in-depth look at the algorithms explored at the beginning of the first semester, determining the observed convergence and complexity of the methods.

### Literatur

- The script for this lecture is from my book, which is under contract, and in development.

### 2.4.2 Numerics of PDEs IV (SP3 Z4)

**Dozent/Art:** Christoph Lehrenfeld / Lecture Course 4 SWS spiked with exercises and projects

**Assistenz:** —

**Zielgruppe/Sprache:** BSc & MSc Mathematics / English

**Vorkenntnisse:** Numerics of PDEs I  
(Numerics of PDEs II & III are helpful, but not necessary)

#### Beschreibung

In this part of the lecture cycle we will consider more advanced physical and coupled problems.

Initially, in the first part of the course, we will concentrate on so-called *unfitted* finite element methods where the computational mesh is separated from the geometry. This is beneficial for a flexible geometry handling as used often in the context of moving domains, e.g. in two-phase flows. To this end, we will introduce and analyze several finite element techniques that are helpful and needed in this context: *CutFEM*, *Nitsche's method* for the imposition of boundary conditions, *Ghost-penalty* stabilizations for small cut configurations, *space-time* finite elements for time integration.

In the second part of the course, we will work on separate student projects in groups of two or three. The topics can be chosen from a pool of topics from the lecture cycle (not only part IV). Students may also suggest their own project topics.

#### Literatur

Lecture notes will be provided:

- Christoph Lehrenfeld. *Numerics of partial differential equations*, 2025
- Sven Groß, Arnold Reusken. *Numerical Methods for Two-phase Incompressible Flows*, 2011, Springer

## 2.5 Proseminare

### 2.5.1 Proseminar on SP 3

**Dozent:** Gerlind Plonka-Hoch/Seminar zur Numerischen Mathematik

**Zielgruppe:** Bachelor Mathematik/Angewandte Informatik/Data Science

**Sprache:** deutsch

**Vorkenntnisse:** Numerische Mathematik I

**Vorbesprechung:** in der ersten Vorlesungswoche

### Beschreibung

In diesem Seminar betrachten wir verschiedene Themen, die die Inhalte der Vorlesung Numerische Mathematik I erweitern. Mögliche Seminarthemen sind:

1. Transformation von Matrizen in eine Hessenberg-Form
2. Givens-Rotationen zur Berechnung der QR-Zerlegung von Matrizen in Hessenberg-Form
3. Toeplitz-Systeme und der Levinson Algorithmus
4. Algorithmus von Trench zur Berechnung der Inversen einer Toeplitz-Matrix
5. Das Newton-Verfahren im  $\mathbb{R}^n$
6. Zur Kondition des Eigenwertproblems
7. Jacobi-Verfahren zur Eigenwertberechnung
8. Spezielle Verfahren für Tridiagonalmatrizen
9. Das Lanczos Verfahren zur Berechnung von Eigenwerten
10. Orthogonalpolynome
11. Berechnung der Nullstellen von Orthogonalpolynomen
12. usw.

### Literatur

- M. Hanke-Bourgeois, Grundlagen des Numerischen Mathematik und des wissenschaftlichen Rechnens, Teubner, 2002.



## 2.5.2 Proseminar Mathematik in der Bildgebung

**Dozentin:** Anne Wald/Seminar zur Mathematik in der Bildgebung

**Zielgruppe:** Bachelor Mathematik/Angewandte Informatik/Data Science

**Sprache:** deutsch

**Vorkenntnisse:** Numerische Mathematik I

**Vorbesprechung:** in der ersten Vorlesungswoche

### **Beschreibung**

Das Thema dieses Seminars sind mathematische Grundlagen und Anwendungen im Bereich der Bildgebung wie z.B. der Computertomographie oder der Mikroskopie. Im Rahmen dieses Seminars werden verschiedene Anwendungen und Verfahren besprochen, die eine wichtige Rolle bei der Bildgebung spielen.

### **Literatur**

- wird noch bekanntgegeben

## 2.6 Seminare

### 2.6.1 Seminar on Optimization

**Dozent/Art:** Russell Luke

**Zielgruppe/Sprache:** ab dem 5.Semester und Masterstudierende/Englisch

**Vorkenntnisse:** Optimierung oder Optimization I

**Vorbesprechung:** Tuesday, April 1 at 10:00

### Beschreibung

I will try to coordinate this seminar with colleagues at the University of Sao Paulo in Brazil. The time will be in the afternoon. The topic is still being negotiated, but will focus on the application of optimization to modern problems in machine learning and the natural sciences.

### Literatur

- to be determined

## 2.7 Oberseminare und weitere Veranstaltungen

### 2.7.1 Oberseminar on Numerics of Partial Differential Equations (SP 3)

**Dozent/Art:** Christoph Lehrenfeld

**Zielgruppe/Sprache:** english

**Vorkenntnisse:** Numerics I/II (better: Numerics of PDEs)

**Vorbesprechung:** first appointment in the semester

#### Beschreibung

In this Oberseminar we discuss and present recent research topics and results that concentrate around the research topics and ongoing research activities in the working group *computational PDEs* of Prof. Christoph Lehrenfeld.

#### Literatur

- <http://cpde.mathematik.uni-goettingen.de>

### 2.7.2 Oberseminar on Numerical Analysis

**Dozent/Art:** Gerlind Plonka-Hoch

**Zielgruppe/Sprache:** Master Mathematics, PhD Mathematics /English

**Vorkenntnisse:** Fourier Analysis, Numerical Mathematics

**Vorbesprechung:** in the first week of the lecture time

#### **Beschreibung**

In this seminar we will have topics related to the research interests of the group, in particular applied Fourier analysis, fast algorithms, exponential models, image reconstruction algorithms, MRI, machine learning, applications.

# Kapitel 3

## Institut für Mathematische Stochastik (IMS)

### 3.1 Vorlesungen ab 4. Semester

#### 3.1.1 Stochastik

**Dozent/Art/:** Tobias Kley / Vorlesung

**Assistenz:** Santiago Arenas de Velilla

**Zielgruppe/Sprache:** deutsch (und eine englische Übung)

**Vorkenntnisse:** empfohlen B.Mat.1400

### Beschreibung

Die Vorlesung “Stochastik”

- vertieft die Maßtheorie: Zerlegungssätze für Maße, Satz von Radon-Nikodym (Existenz von Dichten), Bedingte Erwartung (universelles Hilfsmittel, z.B. für Martingale),
- führt die Wahrscheinlichkeitstheorie fort: 0-1-Gesetze (erweitert Borel-Cantelli), Verteilungskonvergenz von  $\mathbb{R}^n$ -wertigen Zufallsvariablen (Zentraler Grenzwertsatz), momenterzeugende Funktionen, Abschätzungen großer Abweichungen (für Mittelwerte vom Erwartungswert),
- behandelt erste stochastische Prozesse wie Irrfahrten auf  $\mathbb{R}$ , Verzweigungsprozesse, Poisson-Prozesse, Brownsche Bewegung, Martingale, Markov-Ketten, stationäre Prozesse.

## Literatur

Allgemeine Literatur zur Vorlesung:

- R. Durrett: *Probability: Theory and Examples*, Cambridge UP
- O. Kallenberg: *Foundations of Modern Probability*, Springer
- A. Klenke: *Wahrscheinlichkeitstheorie*, Springer
- H. Bauer: *Wahrscheinlichkeitstheorie*, de Gruyter
- P. Billingsley: *Probability and Measure*, Wiley
- G. Grimmet, D. Stirzaker: *Probability and Random Processes*, Oxford UP
- A. Munk: *Skript Maß- und Integrationstheorie* (im IMS, Raum 4.114, käuflich zu erwerben)

Weitere Quellen:

- D. Werner: *Funktionalanalysis*, Springer
- H. Bauer: *Maß- und Integrationstheorie*, de Gruyter
- L. Breiman: *Foundations of Modern Probability*, SIAM
- T. Müller-Gronbach, E. Novak, K. Ritter: *Monte Carlo-Algorithmen*, Springer
- A. Dembo, O. Zeitoni: *Large Deviation Techniques and Applications*, Springer
- P. Bremaud: *Markov Chains: Gibbs Fields, Monte Carlo Simulations, and Queues*, Springer
- D. Stroock: *An Introduction to Markov Processes*, GTM, Springer
- M. Einsiedler, K. Schmidt: *Dynamische Systeme*, Birkhäuser (zur Ergodentheorie)
- R.M. Dudley: *Real Analysis and Probability*, Cambridge (für den Anhang “Borel-Räume”)

### 3.1.2 Statistical Data Science

Dozent/Art/: / Vorlesung

Assistenz:

Zielgruppe/Sprache:

Vorkenntnisse:

Beschreibung

Literatur

-

## 3.2 Zyklus und weiterführende Vorlesungen

### 3.2.1 Statistical foundations of data science II (SP4 Z2)

**Dozent/Art:** Axel Munk, Lecture 4SWS + excercises 2SWS (9ECTS)

**Zeit:** Mo, Do, 14.15-15.45

**Assistenz:** Markus Zobel

**Zielgruppe/Sprache:** advanced BSc & beginning MSc Mathematics / English

**Vorkenntnisse:** Measure & Probability Theory (Maß-und Wahrscheinlichkeitstheorie),  
Statistical foundations of data science I

### Beschreibung

This lecture continues my lecture series on statistical foundations of data science from the winter term 2024/25. In this second part we will discuss how to develop systematical statistical methodology for multidimensional data and investigate its mathematical properties. We will start with multivariate and conditional distributions, in particular the multivariate normal distributions. Applications include linear regression, principal component analysis and prediction in time series. Then we will give a systematic introduction to statistical estimation techniques, such as minimum contrast, constrained, maximum likelihood, and moment estimation. Asymptotic optimality properties will be discussed, including the Bernstein von Mises theorem for Bayes estimators. Finally, important elements of statistical testing theory will be addressed. This will cover testing in linear models and basic principles of multiple testing. A particular emphasis in the lecture will be on risk minimization as a unifying principle underlying any statistical decision making.

### Literatur

- Berger, J. (2013), Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis, Springer Science & Buisness Media
- Munk, A., Singer, M., Li, H. (2023), Statistical Foundations of Data Science II, lecture Notes, Göttingen
- Munk, A., Staudt T., (2024), Statistical Foundations of Data Science III, lecture Notes, Göttingen
- van der Vaart, A. (2000), Asymptotic Statistics, Vol. 3, Cambridge Univ. Press



### 3.2.2 Stochastic processes II (SP4 Z2)

Dozent/Art:

Assistenz:

Zielgruppe/Sprache:

Vorkenntnisse:

Beschreibung

Literatur

-

### 3.2.3 Multivariate and Non-Euclidean Statistics IV (SP4 Z4)

**Dozent/Art:** Stephan F. Huckemann / lecture spiked with exercises

**Assistenz:**

**Zielgruppe/Sprache:**

**Vorkenntnisse:** basic geometry (inverse and implicit function theorem) and basic statistics (expected values, convergence of random variables, laws of large numbers, principal component analysis).

## Beschreibung

In this fourth lecture series we introduce into the statistics of geometrical objects modulo various notions of shape (translation, rotation, scaling, affine and projective transformations) or modulo internal ancestor labeling for phylogenetic trees. As the underlying spaces are no longer linear, simple averaging is not possible, but Fréchet means can be used. Generalized Fréchet means can be used for principal component analogs such as Procrustes analysis.

#### 1. Tools from

- Topology
- Geometry
- Hadamard spaces
- $\text{Cat}(\kappa)$  spaces
- Quotient spaces modulo Lie group actions

#### 2. Data spaces

- BHV spaces for phylogenetic trees
- Open book
- Circle/spheres
- Shape spaces: size-and-shape, similarity, reflection, affine, projective

#### 3. Generalized Fréchet means

- Extrinsic/residual/intrinsic
- Ziezold/Procrustes/intrinsic
- General Procrustes analysis

## Literatur

- Boothby, W. (1986). An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry, Academic Press
- Bredon, G.E. (1972). Introduction to Compact Transformation Groups, Academic Press
- Bridson, M.R. and Haefliger, A. (1999). Metric Spaces of Non-Positive Curvature, Springer
- Dryden, I. and Mardia, K.V. (2016). Statistical Shape Analysis, Wiley
- Huckemann, S.F. and Eltzner, B. (2024). Four Lectures on Foundations of Statistics on Non-Euclidean Spaces, lecture notes (on my website).
- Lee, J.M. (2000). Introduction to Smooth Manifolds, Springer
- Lee, J.M. (1997). Introduction to Riemannian Manifolds, Springer
- Mardia, K.V., Jupp, P.E. (2000), Directional Statistics, Wiley
- Marron, J.S. and Dryden, I. (2021). Object Oriented Data Analysis, Taylor and Francis
- Pennec, X., Sommer, S. and Fletcher, T. (2019). Riemannian Geometric Statistics in Medical Image Analysis, Academic Press

### 3.2.4 Life Insurance Mathematics

**Dozent/Art:** Michael Froehlich / Lecture Course 4 SWS spiked with exercises

**Assistenz:** N/A

**Zielgruppe/Sprache:** BSc and MSc Mathematics / English

**Vorkenntnisse:** Basic lectures in mathematics.

### Beschreibung

#### 1. Pension Insurance Mathematics

- Axiom system of Neuburger
- Leaving orders
- Present value factors of annuities
- Pension reserves
- Partial value of pension promises

#### 2. Health Insurance Mathematics

- Premium calculation of health insurance policies
- Ageing reserves
- Transfer value
- Tariff changes

#### 3. Life Actuarial

- Calculation basis biometry, interest rate, costs
- Derivation of mortality tables
- Premium calculation of Life products
- Actuarial reserves

### Literatur

- Gerber, H. U.: Lebensversicherungsmathematik, Springer, 1998
- Milbrodt, H., Helbig, M.: Mathematische Methoden der Personenversicherung, de Gruyter, 1999
- Neuburger, E.: Skript zur Pensionsversicherungsmathematik, [www.neuburger.com](http://www.neuburger.com)

### 3.2.5 Asymptotic Statistics on Non-Euclidean Spaces

**Dozent/Art:** B. Eltzner / lecture (M.Mat.4744: “Special course in mathematical statistics” or M.Mat.4746: “Special course in multivariate statistics”)

**Assistenz:** –

**Zielgruppe/Sprache:** MSc Mathematics / English

**Vorkenntnisse:**

- M.Mat.3140 “Mathematical statistics”,
- M.Mat.4544: “Specialisation in mathematical statistics” or M.Mat.4546: “Specialisation in multivariate statistics” (recommended)

### Beschreibung

After reviewing the classical law of large numbers and central limit theorem, we set out to achieve generalizations to descriptors for data on non-Euclidean spaces. In order to achieve asymptotic theory for M-estimators in these spaces, we introduce essential concepts of differential geometry and empirical process theory and state a set of standard assumptions for asymptotic consistency and a generalized central limit theorem. We highlight how each of these assumptions is applied in the proofs of the theorems and discuss possible generalizations.

In particular, we discuss asymptotics of the Fréchet mean and principal geodesics and the concepts of sticky and smeary asymptotics. We show how asymptotic results and the bootstrap can be utilized to achieve one- and two-sample hypothesis tests.

### Literatur

- Bhattacharya, A. and Bhattacharya R. (2012). *Nonparametric Inference on Manifolds: With Applications to Shape Spaces*. Cambridge University Press.
- Dryden, I. L. and Mardia, K. V. (2016). *Statistical Shape Analysis, with Applications in R*, 2nd. edition. John Wiley & Sons.
- Marron, J. S. and Dryden, I. L. (2021). *Object Oriented Data Analysis*. Chapman and Hall/CRC.
- van der Vaart, A. (2000). *Asymptotic Statistics*. Cambridge University Press.

## 3.3 Seminare

### 3.3.1 Seminar on Non-Euclidean Statistics (SP 4)

**Dozent/Art/:** Stephan F. Huckemann

**Zielgruppe/Sprache:**

**Vorkenntnisse:** basic geometry (manifolds) and basic Euclidean statistics (laws of large numbers, central limit theorems, principal component analysis, bootstrapping).

**Vorbesprechung:** Tue, March 25 at 12:15 in the IMS seminar room 5.101 for early talks and during the first meeting in the semester.

### Beschreibung

This seminar complements the Cycle IV lecture on Multivariate and Non-Euclidean Statistics, as well as the lecture "Asymptotic Statistics on Non-Euclidean Spaces" by Benjamin Eltzner:

- strong laws for generalized F chet means
- the BPL-type central limit theorems for generalized F chet means
- smeariness and stickiness
- the smeary central limit theorem
- the sticky central limit theorem on singular spaces
- manifold stability
- the role of the cut locus,
- geometric and topological smeariness
- bootstrapping on non-Euclidean spaces
- manifold learning
- dimension reduction

### Literatur

- most literature can be found in [https://stochastik.math.uni-goettingen.de/~huckeman/Tutorial\\_4\\_Lectures\\_Foundations-of-Statistics-on-Non-Euclidean-Spaces.pdf](https://stochastik.math.uni-goettingen.de/~huckeman/Tutorial_4_Lectures_Foundations-of-Statistics-on-Non-Euclidean-Spaces.pdf)

### 3.3.2 Seminar on Empirical Processes, SP 4

**Dozent/Art/:** Axel Munk

**Zeit:** Fr., 10.15-11.45

**Ort:** Seminarraum 5.101, Institut für mathematische Stochastik, Goldschmidtstr. 7, 37077 Göttingen

**Zielgruppe/Sprache:** Advanced BSc and beginning MSc students. Language is English. Possible Modules: B.Mat.3444: Seminar on mathematical statistics, M.Mat.4844: Seminar on mathematical statistics, B.Mat.3447: Seminar on statistical foundations of data science, M.Mat.4847: Seminar on statistical foundations of data science

**Vorkenntnisse:** Mandatory: Prob. & measure theory (B.Mat.1400). Useful in parts, but not mandatory: Stochastics (B.Mat.2410), Statistical data science (B.Mat.2420), and/or Statistical foundations of data science (B.Mat.3147).

### Beschreibung

For many tasks of modern data analysis the data do not just occur as vectors, but rather as functions or even more generally, as random objects taking values in metric spaces. Such data have an inner structure which is to be respected for a sensible data analysis, e. g. each data point can be described as a metric graph or satisfies certain geometric properties. Many important statistical quantities can be written as functionals of such data. A simple but fundamental example is the empirical distribution function (on the real line) which leads (after centering and rescaling) to a stochastic process taking values in the space of bounded functions — the empirical process. The sample mean (after centering and rescaling) of real valued data then is a simple functional (an integral) of the empirical process. One possible path to studying the properties of such a statistic is to separately investigate the properties of the functional (mainly using functional analytic tools) and of the underlying empirical process. Classical Glivenko-Cantelli and Donsker theorems establish almost sure uniform and weak convergence of the empirical process, respectively, and from this properties of the sample mean and also of more complex functionals of the empirical process can be derived. The modern take of empirical process theory is to view the empirical distribution as a process indexed in indicator functions on intervals  $(-\infty, t]$ , which describes the complexity of this process. This view leads to remarkable generalizations to empirical processes indexed in function spaces. The theory developed provides powerful techniques that can be employed to understand the properties of modern statistical methods (e. g. bootstrap) in a broad range of scenarios. These techniques are fundamental to statistical and machine learning theory and have manifold applications nowadays.

In this seminar we cover the basic relevant mathematical concepts and main results of empirical process theory. Our focus will be on carefully understanding the basic principles rather than obtaining results in most generality. Topics include: properties of sub-Gaussian random variables such as concentration of measure, maximal and log-Sobolev inequalities,

Dudley's entropy integral, bracketing, Talagrand's chaining, inequalities for suprema of empirical processes, weak convergence in separable and non-separable metric spaces. As an application of the theory, properties of M-estimators are derived.

## Application/Registration

To provide participants with the material to be presented at an early stage, we ask you to preregister for this seminar. To this end, please email Jan Victor Otte ([mail: janvictor.otte@stud.uni-goettingen.de](mailto:janvictor.otte@stud.uni-goettingen.de)) and indicate your interest to give a seminar talk. Please include information about relevant courses you have taken in your email. Deadline for preregistration is Wednesday, 12 March 2025.

A preparatory virtual meeting, during which topics will be assigned to participating students, is scheduled for Monday, 17 March 2025 (11:00-12.30am).

## Literatur

Topics for presentations will be assigned along the lines of

- Sen, B. (2018): Lecture Notes "A Gentle Introduction to Empirical Process Theory and Applications". Available for download via <http://www.stat.columbia.edu/~bodhi/Talks/Emp-Proc-Lecture-Notes.pdf>

References for further reading

- Gine, E., Nickl, R. (2016). Mathematical Foundations of Infinite-Dimensional Statistical Models. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics no. 40.
- Kosorok, M. R. (2008): Introduction to Empirical Processes and Semiparametric Inference. Springer.
- Pollard, D. (1990). Empirical Processes: Theory and Applications, IMS Hayward, CA.
- Shorack, G. R. and Wellner, J. A. (2009). Empirical Processes with Applications to Statistics. SIAM.
- van der Vaart, A. W. and Wellner, J. A. (2000). Weak Convergence and Empirical Processes: With Applications to Statistics. Springer.



## 3.4 Oberseminare und weitere Veranstaltungen

### 3.4.1 Oberseminar on SP 4

Dozent/Art:

Zielgruppe/Sprache:

Vorkenntnisse:

Vorbesprechung:

Beschreibung

Literatur

-



# Kapitel 4

## Sonstiges

### 4.1 Schlüsselkompetenzen

#### 4.1.1 Gender und Mathematik

B.Mat.0940 – Mathematik in der Welt, in der wir leben

SQ.SoWi.13 – Ausgewählte Gegenstandsbereiche der Sozialwissenschaften

**Dozent/Art:** Julia Gruhlich, Federico Vigolo

**Zielgruppe/Sprache:** Deutsch

**Vorkenntnisse:** Vorkenntnisse in grundlagen Mathematik sind vorteilhaft, aber nicht verpflichtend

### Beschreibung

Was ist Mathematik eigentlich und was hat sie mit Geschlecht zu tun? Warum wissen wir so wenig über Mathematikerinnen? Was hat es mit dem Mythos des ‚männlichen Mathe-Genies‘ auf sich? Welche Erfahrungen machen Frauen in der Mathematik? Es gibt viele Vorurteile und Stereotype über Männer und Frauen in der Mathematik. Wir beschäftigen uns in der Veranstaltung aus sozialwissenschaftlicher Perspektive mit dem Zusammenhang von Mathematik und Geschlecht.

Es handelt sich um eine Kooperationsveranstaltung zwischen der Mathematik und der Geschlechterforschung. Ziel dieses Kurses ist es, ein tieferes Verständnis für die Bedeutung von Gender in der Mathematik zu erlangen und eine umfassendere und fundierte Sicht auf die Problematik der Geschlechterungleichheit in MINT-Fächern zu gewinnen.

### 4.1.2 Mathematics information services and electronic publishing

**Dozent/Art/:** Katharina Habermann

**Zielgruppe/Sprache:** English

**Vorkenntnisse:** No specific prerequisites required.

#### **Beschreibung**

The course provides a comprehensive introduction to mathematical information services and electronic publishing, including the wide range of mathematical information sources, classification schemes and the role of metadata. It also presents recent developments in electronic publishing in mathematics and explains principles of good scientific practice from a disciplinary perspective.

### 4.1.3 Einführung in Python

**Dozent/Art/:** Igor Voulis

**Zielgruppe/Sprache:** Deutsch

**Vorkenntnisse:** Schulmathematik

#### Beschreibung

In diesem Kurs erlernen Sie die Grundlagen der Python-Programmierung, eine der am weitestverbreitetsten Programmiersprachen der heutigen Zeit. Im Laufe des Kurses erwerben Sie erfassen die Grundprinzipien der Programmierung. Sie sammeln Erfahrungen mit elementaren Algorithmen und lernen, mathematische Probleme mit Python zu lösen. Wir betrachten die Grundlagen der Programmierung, darunter Variablen, Datentypen, Kontrollstrukturen und Funktionen, die in einer high-level Programmiersprache wie Python zur Verfügung stehen. Am Ende des Kurses werden Sie in der Lage sein, Python als Werkzeug für Programmierung zu verwenden. Dieser Kurs baut auf Schulmathematik auf, es sind keine Programmiervorkenntnisse notwendig.

### 4.1.4 Introduction to $\LaTeX$ and $\TeX$

**Dozent/Art/:**

**Termin:**

**Zielgruppe/Sprache:** Studierende aller Semester / englisch

**Vorkenntnisse:** Keine

#### Beschreibung

Most of all mathematical texts are written in  $\LaTeX$ . In this course you will learn how this is done.

#### Literatur

-

## 4.2 Praktika und Computerkurse

### 4.2.1 Stochastic Lab Course

**Lecturer/Type/:** Tobias Kley / Compact course, takes place in a two week period during September 2025

**Language:** english

**Prerequisites:** It is assumed that participants have basic knowledge in stochastics, which is usually the case after attending at least one lecture in stochastics (probability theory and/or statistics). Previous familiarity with R is very helpful, but the Stochastic Lab Course I is not required.

### Description

This course is mostly learning by doing, with help available whenever needed. On each of the ten days, there is a short introductory lecture (approx. 1-1.5h) into an applied problem in stochastics. The problems cover diverse fields including applied probability and statistics. The lecture describes the problem, treats some basic theory and gives hints to get you started on the solution. Lecturer and tutor are available for general questions on problems and principles. In the afternoons, students work in groups and the tutor provides help on individual questions, on request. The students write a detailed report on their solutions.

### Assessment

In order to obtain credits for this course, students are required to submit a detailed lab report on all the problems. The written report is the basis for summative assessment. Further, there will be a short oral examination where you will be asked questions about the material covered in the lectures.

### Literature

- Lecture Notes will be distributed via StudIP.

### 4.2.2 Practical course in scientific computing

**Dozent/Art/:** Igor Voulis

**Zielgruppe/Sprache:** English

**Vorkenntnisse:** Basic knowledge in numerical and algorithmic mathematics is recommended

#### **Beschreibung**

In this course, students will be introduced to the critical tools and methodologies prevalent in the field of scientific computing. A significant emphasis of the course is on the development of team-work skills and collaborative practices, mirroring the real-world dynamics where collaborative efforts often drive advancements in scientific computing. Students will delve into the workings of version control systems, learning to manage changes and updates in scientific computing projects. The course facilitates understanding of customized coding environments that enhance development processes in scientific computation. Throughout the course, these skills are honed through practical experiences in group projects.

### 4.2.3 Mathematisch orientiertes Programmieren

**Dozent/Art/:** Igor Voulis

**Zielgruppe/Sprache:** Deutsch

**Vorkenntnisse:** Schulmathematik

#### **Beschreibung**

In diesem Kurs erlernen Sie die Grundlagen der Python-Programmierung, eine der am weitverbreitetsten Programmiersprachen der heutigen Zeit. Der Fokus liegt auf der Anwendung von Python im Kontext mathematischer Probleme. Im Laufe des Kurses erwerben Sie die Befähigung zum sicheren Umgang mit mathematischen Anwendersystemen und erfassen die Grundprinzipien der Programmierung. Sie sammeln Erfahrungen mit elementaren Algorithmen und lernen, mathematische Konzepte und Theorien mit Python zu implementieren. Wir betrachten die Grundlagen der Programmierung, darunter Variablen, Datentypen, Kontrollstrukturen, Funktionen und Klassen, die in einer high-level Programmiersprache wie Python zur Verfügung stehen. Am Ende des Kurses werden Sie in der Lage sein, Python als mächtiges Werkzeug für die mathematische Programmierung zu verwenden. Zudem stellt der Kurs eine Grundlage für weiterführende Studien in der numerischen und algorithmischen Mathematik dar. Darüber hinaus bietet dieser Kurs eine solide Basis für fortgeschrittenere Programmierkurse und fördert ein tieferes Verständnis der effektiven Nutzung von Python in mathematischen Anwendungen. Dieser Kurs baut auf Schulmathematik auf, es sind keine Programmierkenntnisse notwendig.



## 4.3 Weiteres

### 4.3.1 Abschlussarbeiten-Nachmittag

Es werden in kurzen Vorträgen Inhalte von Abschlussarbeiten (BSc und MSc) vorgestellt.

**Organisation:** Studienbüro

**Termin:** TBA

### 4.3.2 Sommerfest

**Organisation:** Cafeten-Kollektiv

**Termin:** TBA

### 4.3.3 Traditionelle Sommerwanderung

**Organisation:** Stefan Wiedmann

**Termin:** voraussichtlich Samstag, 12.7.25

**Vorkenntnisse:** 20 km werdens meistens schon